

Научная статья

УДК 621.45.034.3

DOI 10.25205/1818-7900-2025-23-1-67-87

Об особенностях моделирования распада струи жидкости на капли в потоке газа

Сергей Григорьевич Чёрный^{1,2}
Даниэль Тарраф²

¹Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН
Новосибирск, Россия

²Новосибирский государственный университет
Новосибирск, Россия

sgcherny2023@yandex.ru
d.tarraf@g.nsu.ru

Аннотация

Решается задача первичного распада струи жидкости в потоке газа и последующего ее полного распыла в двухфазном приближении. Несущая фаза – газ, дисперсная – жидкость и ее капли, образующиеся в результате распада. Для решения используется VOF-модель (Volume of Fluid), основанная на эйлерово-эйлеровом подходе, реализованная с помощью ПК ANSYS [1]. В VOF-модели перенос каждой из фаз описывается их объемными долями – непрерывными функциями от времени и пространственных переменных. В уравнении сохранения импульса смеси воздействие жидкости и газа на смесь описывается силой поверхностного натяжения, определяемой как функция кривизны и нормального вектора к границе между жидкостью и газом. VOF-модель описывает первичный распад струи жидкости. Модели смеси (Mixture) и эйлерова (Eulerian) из той же эйлерово-эйлеровой группы моделей ПК ANSYS также способны описывать первичный распад струи жидкости, но для их замыкания нужно значение среднего диаметра капель жидкой фазы (характерный размер частиц дисперсной фазы). Для описания первичного распада струи жидкости невозможно использовать эйлерово-эйлеров подход, основанный на конвективно-диффузионных уравнениях для концентрации, массы и импульса частиц (ЭЭКД) [2; 3]. Однако ЭЭКД с меньшими, чем VOF-модель, вычислительными затратами описывает распыл, стартуя от области полного распыла. Область полного распыла жидкости требуется для старта эйлерово-лагранжева подхода [4], в котором дисперсная фаза описывается путем отслеживания траекторий капель по всей расчетной области. Траектории капель вычисляются на поле течения несущей фазы, полученном из уравнений Навье – Стокса. Таким образом, полный распыл нужен для моделей с коэффициентами, зависящими от характерного размера частиц дисперсной фазы. В двухшаговых методах на первом шаге полный распыл находится по модели, описывающей первичный распад. На втором – экономичная модель стартует от полного распыла. В статье для нахождения полного распыла струи жидкости используется VOF-модель, дающая распределение объемной доли дисперсной фазы. Для ее интерпретации в терминах капель предлагается метод, верифицированный и валидированный на задачах распада жидкой пленки [5; 6] и распыла керосина в смесительном канале газовых турбин [7].

Ключевые слова

первичный распад жидкости, полный распыл жидкости, моделирование распада жидкости

Для цитирования

Чёрный С. Г., Тарраф Д. Об особенностях моделирования распада струи жидкости на капли в потоке газа // Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. 2025. Т. 23, № 1. С. 67–87. DOI 10.25205/1818-7900-2025-23-1-67-87

© Чёрный С. Г., Тарраф Д., 2025

On the Features of Modeling the Primary Breakup of a Liquid Jet into Droplets in a Gas Flow

Sergey G. Cherny ^{1,2}, Daniel Tarraf ²

¹Kutateladze Institute of Thermophysics SB RAS,
Novosibirsk, Russian Federation

²Novosibirsk State University,
Novosibirsk, Russian Federation

sgcherny2023@yandex.ru
d.tarraf@g.nsu.ru

Abstract

The task of primary breakup of a liquid jet in a gas flow and its subsequent complete atomization in a two-phase approximation is being solved. The carrier phase is gas, and the dispersed phase is liquid and its droplets formed as a result of breakup. The VOF (Volume of Fluid) model, based on the Euler-Euler approach, implemented using ANSYS software [1], is used for the solution. In the VOF model, the transport of each phase is described by their volume fractions—continuous functions of time and spatial variables. In the momentum conservation equation for the mixture, the interaction of liquid and gas with the mixture is described by the surface tension force, determined as a function of the curvature and normal vector to the interface between liquid and gas. The VOF model describes the primary breakup of the liquid jet. The Mixture and Eulerian models, from the same Euler-Euler group of ANSYS models, are also capable of describing the primary breakup of the liquid jet, but they require the average droplet diameter of the liquid phase (characteristic size of the dispersed phase particles) for their closure. It is impossible to use the Euler-Euler approach, based on convective-diffusion equations for concentration, mass, and momentum of particles (EECD) [2; 3], to describe the primary breakup of the liquid jet. However, EECD, with lower computational costs than the VOF model, describes atomization, starting from the complete atomization region. The complete atomization region of the liquid is required for the start of the Euler-Lagrange approach [4], in which the dispersed phase is described by tracking the trajectories of droplets throughout the computational domain. The droplet trajectories are calculated in the flow field of the carrier phase, obtained from the Navier-Stokes equations. Thus, complete atomization is needed for models with coefficients depending on the characteristic particle size of the dispersed phase. In two-step methods, the first step finds complete atomization using a model that describes primary breakup. The second step starts from complete atomization using an economical model. In the article, the VOF model is used to find the complete atomization of the liquid jet, providing the volume fraction distribution of the dispersed phase. A method is proposed for its interpretation in terms of droplets, verified and validated on problems of liquid film breakup [5; 6] and kerosene atomization in gas turbine mixing channels [7].

Keywords

the breakup of liquid, fully broken up liquid, modeling the breakup of liquid

For citation

Cherny S. G., Tarraf D. On the features of modeling the primary breakup of a liquid jet into droplets in a gas flow. *Vestnik NSU. Series: Information Technologies*, 2025, vol. 23, no. 1, pp. 67–87 (in Russ.) DOI 10.25205/1818-7900-2025-23-1-67-87

1. Введение

1.1. Моделирование распыла жидкости в потоке газа

С позиций физики процесс распыла жидкости в потоке газа состоит из множества меняющихся в пространстве и во времени картин: струя жидкости; сгустки (фрагменты) жидкости; фрагменты полурегулярного размера и формы; наконец капли, близкие по геометрии к сферическим формам и, возможно, с достаточно широким спектром диаметров.

С точки зрения математического моделирования взаимодействия струи жидкости с потоком газа рассматриваются два этапа процесса взаимодействия: первичный распад струи жидкости и полный ее распыл. В этом разбиении возможно более-менее строго охарактеризовать только второй этап – полный распыл струи жидкости, который представляет собой формирование семейства четко обозначенных капель жидкости с некоторым спектром их диаметров.

В соответствии с приведенным разделением процесса распыла струи жидкости разграничим также математические модели на модели, обладающие способностью описать первичный распад и получить полный распыл, и модели, способные только стартовать от состояния полного распыла жидкости.

1.1.1. Эйлерово-эйлеровы модели, описывающие первичный распад жидкости

VOF-модель (Volume of Fluid), основанная на эйлерово-эйлеровом подходе, реализованная с помощью ПК ANSYS [1], может описывать первичный распад струи жидкости и последующий полный ее распыл. Модели смеси (Mixture) и эйлерова (Eulerian) из той же эйлерово-эйлеровой группы моделей ПК ANSYS также способны описывать первичный распад струи жидкости, но для их замыкания нужно значение среднего диаметра капель жидкой фазы (характерный размер частиц дисперсной фазы).

В VOF-модели используется концепция объемной доли жидкости и смеси фаз для отслеживания жидкости во время ее распада и последующей эволюции. Смесь фаз представляет собой комбинацию жидкой и газовой фаз, а ее физические свойства, такие как плотность и вязкость, являются взвешенными средними соответствующих свойств жидкой и газовой фаз, основанными на объемных долях.

В уравнении сохранения импульса смеси воздействие жидкости и газа на смесь описывается силой поверхностного натяжения, определяемой как функция кривизны и нормального вектора к границе между жидкостью и газом. Существуют подходы [8; 9], которые связывают кривизну и нормальный вектор интерфейса с градиентом объемной доли жидкости, такие как модель континуального поверхностного натяжения (CSF), модель острого поверхностного натяжения (SSF) и сглаженная модель CSF. Наличие достаточно измельченной сетки крайне важно для успешного применения модели VOF, так как она не только улучшает точность представления жидкости, но и необходима для правильной оценки силы поверхностного натяжения в уравнении баланса импульса смеси фаз. Обеспечение высокой степени измельченности сетки может потребовать значительных вычислительных ресурсов, особенно в больших расчетных областях.

1.1.2. Эйлерово-эйлеровы модели, описывающие первичный распад жидкости, замыкаемые средним диаметром капель жидкой фазы (характерный размер частиц дисперсной фазы)

Модели смеси (Mixture) и эйлерова (Eulerian) из эйлерово-эйлеровой группы моделей ПК ANSYS [1] также способны описывать первичный распад струи жидкости, но для их замыкания нужно значение среднего диаметра капель жидкой фазы (характерный размер частиц дисперсной фазы). В эйлеровой модели вместо концепции смеси фаз каждая фаза отслеживается отдельно, а также учитываются взаимодействия между ними (обмен импульсом и энергией). Это достигается решением уравнения переноса для объемной доли жидкости (нет необходимости решать его для газа в двухфазной модели) и уравнений сохранения импульса и энергии для каждой фазы. Уравнения импульса и энергии для фазы в эйлеровой модели включают термины, представляющие обмен импульсом и энергией между фазами. Эти термины содержат коэффициенты, которые являются функциями характерного размера частиц дисперсной фазы, например, в формуле Науманна [10] при оценке коэффициента обмена импульсом или в формуле Ранца – Маршалла [11; 12] при оценке коэффициента теплообмена. Этот подход эйлеровой модели не требует такого измельчения сетки, как VOF-модель, что делает его более экономичной по сравнению с VOF-моделью.

Модель смеси (Mixture) подобно VOF-модели решает уравнение переноса для объемной доли жидкости, а также уравнения сохранения импульса и энергии для фазовой смеси. Однако, в отличие от VOF-модели, модель смеси использует скорость жидкой фазы вместо скорости смеси в уравнении переноса для объемной доли жидкости. Кроме того, для представления эффектов взаимодействия жидкости и газа на фазовую смесь сила поверхностного натяжения не включается в уравнение сохранения импульса. Вместо этого рассчитывается скорость дрейфа, и соответствующий межфазный перенос импульса добавляется в уравнения сохранения. Скорость дрейфа между жидкой и газовой фазами определяется как относительная скорость жидкой фазы по отношению к газовой фазе. Скорость дрейфа может быть смоделирована и требует замыкания. Модели замыкания включают коэффициенты, которые являются функциями характерного размера частиц дисперсной фазы, как, например, в формуле Науманна [10]. Чтобы вычислить скорость жидкой фазы, используются скорости смеси и дрейфа.

1.1.3. Эйлерово-эйлеровы модели, не описывающие первичный распад жидкости (ЭЭКД)

Эти модели описывают только эволюцию полного распыла жидкости и при этом стартуют от области, содержащей полностью распыленную жидкость. В [2; 3] трехмерная ЭЭКД была предложена и реализована на платформе FlowVision для моделирования процесса распыла и испарения жидких углеводородов в реакторе технического углерода. Модель включает две фазы: дисперсную фазу, представляющую распыленные жидкие капли углеводорода, и несущую фазу, состоящую из комбинации газов (теплоноситель и продукты испарения жидкости). Движение фазы-теплоносителя описывается уравнениями Навье – Стокса, а конвективно-диффузионные уравнения концентрации частиц, импульса и энергии используются для описания динамики дисперсной фазы. Требуемое распределение диаметров капель на сопле устанавливается на основе экспериментально полученных данных, которые связывают объемное распределение капель по их диаметрам.

1.1.4. Эйлерово-лагранжевы модели

В эйлерово-лагранжевых моделях дисперсная фаза описывается путем отслеживания траекторий капель по всей расчетной области. Траектории капель вычисляются на поле течения несущей фазы, полученным путем решения уравнений Навье – Стокса. Таким образом, эйлерово-лагранжевы модели не описывают первичный распад жидкости. Но экономично предсказывают эволюцию полностью распыленной жидкости. Распределение размеров капель на выходе сопла может быть определено экспериментально, как это делается в [2; 3], или с использованием моделей, которые предсказывают распределение размеров капель. В [4] эйлерово-лагранжева модель использовалась для описания распыла и горения метанола в камере сгорания. Уравнения Навье – Стокса (RANS) применялись для газовой фазы, в то время как каждая капля метанола имела свой собственный набор уравнений для отслеживания ее размера, траектории и других характеристик до момента горения. Распределение размера капель на выходе сопла подчиняется закону Розина – Раммлера [13]:

$$R(x) = \exp \left(- \left(\frac{x}{d_0} \right)^q \right),$$

где $R(x)$ – кумулятивная массовая доля частиц диаметром, меньшим или равным x ; d_0 – наиболее вероятный диаметр распределения капель, а q – параметр распространения (также известный как индекс однородности).

Значение q было установлено, как у Шмидта [14]. Наиболее вероятный диаметр распределения капель d_0 был рассчитан с использованием модели LISA. В этой модели предполагается, что на поверхности жидкой струи возникают возмущения, представленные в виде синусоидальных волн с определенной длиной волны λ и амплитудой α , обе из которых определяются экспериментально. Эти возмущения увеличиваются в амплитуде по мере удаления от входа сопла, с ростом ω , который также определяется экспериментально. Длина распада L оценивается как $L = C \frac{U}{\omega}$, где C – пропорциональная константа, определяется экспериментально, а U – осевая скорость жидкости. Когда возмущения достигают этой длины L , жидкая струя распадается на фрагменты. Диаметр фрагментов d_f в точке распада определяется с использованием баланса масс, обеспечивающим равенство масс жидкости до и после распада $d_f = \sqrt{\frac{8\rho U^2}{\sigma k}}$, где ρ – плотность жидкости, σ – поверхностное натяжение, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число. Распад фрагментов на капли происходит согласно анализу Вебера для капиллярной неустойчивости. Следовательно, наиболее вероятный диаметр распределения капель определяется из $d_0 = 1,88 d_f (1 + 3Oh)^{\frac{1}{6}}$, где Oh – число Огенсаберга.

1.2. Методы интерпретации распределения объемной доли жидкости в терминах ее капель

Во всех ранее упомянутых моделях, за исключением VOF-модели, требуется знание размера капель. Это может быть либо среднее значение размера капель, либо размеры и местоположения капель всего рассматриваемого семейства. Таким образом, потребность в нахождении полного распыла струи жидкости в потоке газа возникает в случаях использования моделей, в которых для их замыкания требуется характерный размер частиц дисперсной фазы. Или в двухшаговых методах, на первом шаге которых полный распыл находится по модели, описывающей первичный распад. На втором – экономичная модель стартует от полного распыла. В настоящей статье для нахождения полного распыла струи жидкости используется VOF-модель, дающая распределение объемной доли дисперсной фазы. Для ее интерпретации в терминах капель с целью дальнейшего их использования по назначению предлагается метод, верифицированный и валидированный на задачах распада жидкой пленки [5; 6] и распыла керосина в смесительном канале газовых турбин [7].

Прежде чем излагать предложенный в настоящей работе подход преобразования распределения объемной доли жидкости в семейство капель, рассмотрим три существующие разработки в этой области других авторов. Их немного.

1.2.1. Метод выделения и идентификации сгустков фрагментов жидкости

В [15] предлагается двухшаговый подход к описанию распада струи жидкости. На первом шаге применяется VOF-модель, которая обладает способностью описывать первичный распад и далее осуществляет переход к полному распылу жидкости. На втором шаге включается экономичная лагранжева DPM-модель, стартующая от полученного на первом шаге полного распыла. Преобразование распределения объемной доли жидкости в капли осуществляется путем выделения и идентификации сгустков фрагментов жидкости. Сначала вычисляется объемно-эквивалентный диаметр для кластеров жидкости в вычислительной области для проверки их попадания в заданный диапазон размеров. На этом этапе отсеиваются капли слишком малые и слишком великие из соображений реалистичности процесса распада струи жидкости. Этот

диапазон указывается вручную, что делает этот подход зависящим от субъективного представления о размерах капель, конкретно минимальных и максимальных размерах капель, но не всего распределения. Затем анализируется форма этих кластеров, чтобы подтвердить, что они почти сферические. Это включает два специфических критерия: стандартное отклонение нормализованного радиуса и среднюю ортогональность радиуса поверхности. Стандартное отклонение нормализованного радиуса оценивает равномерность радиуса капли, чтобы обеспечить минимальное отклонение от сферической формы. Низкое стандартное отклонение указывает на то, что радиус консистентен по всей капле, что характерно для сферической формы. Средняя ортогональность радиуса поверхности измеряет углы между точками поверхности, чтобы подтвердить почти сферическую форму капли. Высокая ортогональность указывает на то, что точки поверхности хорошо распределены вокруг центра, что также подтверждает сферическую природу.

Для проверки метода был использован двухшаговый подход (VOF + DPM) вместе с методом выделения и идентификации сгустков фрагментов жидкости для моделирования распада жидкой струи в поперечном воздушном потоке. Сравнение среднего диаметра Заутера (SMD) с экспериментальными данными было проведено. Результаты сравнения демонстрируют способность выделять и идентифицировать скопления фрагментов жидкости.

1.2.2. Метод пороговых значений

В работе [16] представлен метод пороговых значений для идентификации капель и их размеров в распределении объемной доле жидкости. Процесс начинается с обхода всей области мониторинга, предполагая, что в ней произошел полный распыл. При обходе идентифицируются ячейки сетки со значительной объемной долей жидкости. Для этого используются конкретные пороговые значения объемной доли жидкости, такие как $n = 0,9; 0,5; 0,1; 0,05$. Ячейки сетки с объемной долей, превышающей эти пороговые значения, считаются значительными. При мониторинге текущего порогового значения ячейки, идентифицированные для предыдущего порогового значения, не рассматриваются. После идентификации значительной ячейки сетки все смежные ячейки сетки с объемной долей выше включаются для формирования одного кластера из ячеек сетки, представляющего каплю. Объем каждой идентифицированной капли вычисляется с использованием формулы $V_d = \sum_{i=1}^N V_i \alpha_i$, где V_i – объем i -й ячейки сетки, а α_i – объемная доля жидкости в i -й ячейке сетки. Эта процедура повторяется до тех пор, пока вся область мониторинга не будет охвачена, что обеспечивает идентификацию всех капель и расчет их объемов.

Авторы провели численное моделирование распада жидкой пленки, используя модель VOF. Они определили размеры капель, используя метод пороговых значений в области мониторинга, и рассчитали глобальный SMD в этой области как функцию времени. Сравнение рассчитанного глобального SMD с соответствующими экспериментальными данными во времени показывает хорошее совпадение, что указывает на способность метода выявлять капли и оценивать их размер при применении в области, в которой произошел полный распыл.

1.2.3. VOF droplet conversion

В работе [17] методы Volume of Fluid (VOF) и Large Eddy Simulation (LES) используются для изучения распада жидкой струи в поперечном воздушном потоке. Этот подход использует модель VOF для моделирования жидкой фазы и LES для моделирования турбулентной газовой фазы, а также метод Lagrangian Particle Tracking (LPT) для отслеживания движения и свойств капель, образующихся в процессе распада.

Переход от эйлеровой VOF к лагранжевой LPT осуществляется с использованием метода Шпитценбергера [18]. В этом методе маркируются все ячейки с объемной долей жидкости $\alpha > \alpha_t$ как жидкостные ячейки, где α_t – это пороговая объемная доля. Эти ячейки затем проходят итерацию и маркируются уникальными идентификаторами. Смежные ячейки затем маркируются наименьшим идентификатором одной жидкой капли, что приводит к идентификации капель из объемной доли жидкости VOF. После идентификации рассчитываются свойства капель, такие как объем, положение, скорость и диаметр. Для обеспечения возможности преобразования жидкой капли в лагранжевы частицы используются два критерия: размер капли должен быть меньше максимального диаметра капли 60 микрон, а сферичность ψ_p должна быть меньше 2,5. Уравнения для расчета диаметра капли и сферичности следующие:

$$d_p = \sqrt[3]{\frac{6V_p}{\pi}}, \quad \psi_p = \frac{2r_{\max}}{d_p},$$

где d_p – диаметр капли, V_p – объем капли, ψ_p – сферичность капли, а $r_{\max}$ – максимальное расстояние от центра массы до свободной поверхности капли.

Сравнение результатов VOF/LES/метода Шпитценбергера/LPT с VOF+LES и экспериментальными данными показало хорошее согласие как для качественных характеристик (динамика распыления, формирование распыления, преобразование капель и эволюция распыления), так и для количественных свойств (проникновение и изгиб струи, осевая скорость капель и распределение размеров капель), что указывает на способность метода Шпитценбергера.

1.3. Цель данной работы

Цель данной работы – создание усовершенствованного метода для идентификации отдельных капель в распределении объемной доли полного распыла жидкости, полученного по VOF-модели. Назовем созданный в настоящей работе подход преобразования объемной доли жидкости в множество капель «метод локальных максимумов». Этот метод определяет центр каждой капли, находя локальные максимумы в распределении объемной доли жидкости. Эти локальные максимумы затем группируются с окружающими ячейками, имеющими монотонно убывающие значения объемной доли, для формирования кластеров ячеек, где каждый кластер представляет каплю.

Преимущества этого метода заключаются в том, что он не требует указания диапазона размеров капель, как в методе, описанном в разделе 1.2.1, и не требует пороговых значений, как в методах, описанных в разделах 1.2.2 и 1.2.3. Недостатком является то, что этот метод требует ручного определения области мониторинга, в которой предполагается полный распыл жидкости, аналогично методу, описанному в разделе 1.2.2.

1.4. Структура статьи

В разделе 2 представлена двухфазная модель VOF для моделирования распыла жидкости в газ. Также показана ее способность предсказывать форму распыла путем сравнения с экспериментальными данными [19]. В разделе 3 описан метод формирования капель из распределения объемной доли жидкости (метод локальных максимумов). В разделе 4 метод локальных максимумов был валидирован на двух задачах: 1) распад жидкой пленки, и 2) распыл керосина в предварительном смесительном канале для камер сгорания газовых турбин при высоком давлении. В этих задачах глобальные и локальные значения SMD были рассчитаны на основе результатов метода локальных максимумов и сравнивались с экспериментами.

2. VOF-модель

2.1. Уравнения

Для задачи распыла жидкостей используют двухфазную модель VOF, где первая фаза – жидкость, распыляемый материал, а вторая фаза – газ, среда, в которой распыляется жидкость. В этой модели существует уравнение объемной доли жидкости:

$$\frac{\partial \alpha_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_l \mathbf{u}) = 0,$$

объемная доля газа рассчитывается алгебраически по формуле:

$$\alpha_g = 1 - \alpha_l.$$

Здесь α_l , α_g – объемная доля жидкости и газа, $\mathbf{u}$ – скорость смеси жидкости и газа. Уравнение неразрывности смеси:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0,$$

уравнение сохранения импульса смеси:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \left[\mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \right] + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F}_\sigma.$$

Здесь ρ – плотность смеси, рассчитанная с использованием плотностей жидкости ρ_l и плотностей газа ρ_g следующим образом:

$$\rho = \alpha_l \rho_l + \alpha_g \rho_g,$$

где p – давление, μ – вязкость смеси, рассчитанная с использованием вязкостей жидкости μ_l и вязкостей газа μ_g следующим образом:

$$\mu = \alpha_l \mu_l + \alpha_g \mu_g,$$

где $\mathbf{g}$ – гравитационное ускорение, $\mathbf{F}_\sigma$ – сила поверхностного натяжения, моделируется следующим образом:

$$\mathbf{F}_\sigma = \sigma \frac{2\rho \nabla \hat{n}}{\rho_l + \rho_g} \nabla \alpha; \hat{n} = \frac{\nabla \alpha}{|\nabla \alpha|}.$$

2.2. Валидация VOF-модели

Для демонстрации способности модели VOF предсказывать форму распыла был проведен тест, аналогичный тесту в [16]. Поток воздуха входит в туннель (стены туннеля – 3, 4, 5, 6) через (1) и выходит из (2), как показано на рис. 1. Вода распыляется вертикально через сопло в поток воздуха. Под воздействием воздуха струя воды наклоняется вперед.

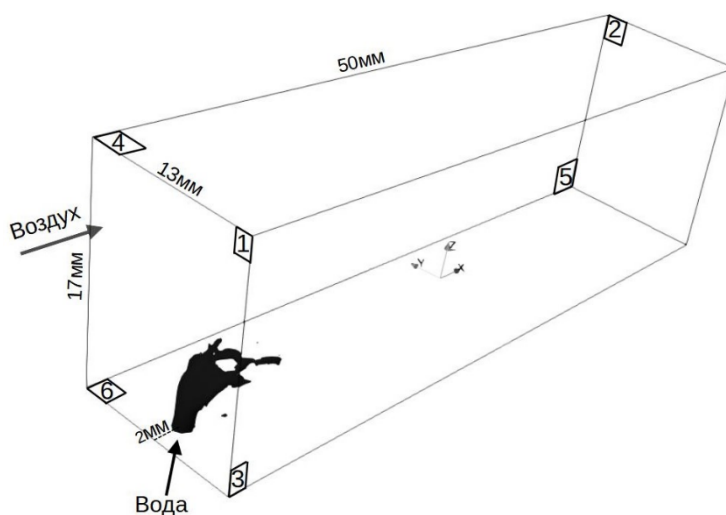


Рис. 1. Расчетная область: 1 – вход воздуха; 2 – выход; 3, 4, 5, 6 – стены туннеля

Fig. 1. Design area, 1 – air inlet; 2 – exit; 3, 4, 5, 6 – tunnel walls

Эксперименты [19] показали, что при скорости воздуха 120,4 м/с и скорости воды 10,83 м/с центральная линия водяной струи наклоняется, как показано на рис. 2 (черная сплошная линия).

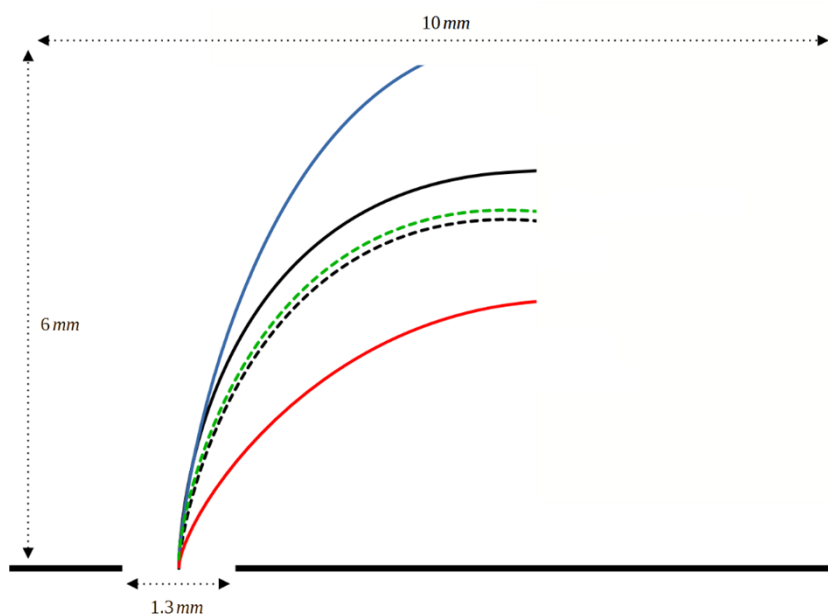


Рис. 2. Сравнение центральных линий струй: эксперименты – черная сплошная линия; VOF – черная пунктирная линия; (Eulerian, $d = 10^{-4}$) – сплошная синяя линия; (Eulerian, $d = 3 \times 10^{-4}$) – пунктирная зеленая линия; (Eulerian, $d = 10^{-5}$) – сплошная красная линия

Fig. 2. Comparison of the central lines of the jets: Experiments – black solid line; VOF – black dotted line; (Eulerian, $d = 10^{-4}$) – solid blue line; (Eulerian, $d = 3 \times 10^{-4}$) – dotted green line; (Eulerian, $d = 10^{-5}$) – solid red line

На рис. 2 также показаны центральные линии жидкой струи, полученные в результате моделирования с использованием модели VOF (черная линия) и эйлеровой модели из [20]

для трех различных значений среднего размера капель: 10^{-5} м – сплошная красная линия, 3×10^{-4} м – пунктирная зеленая линия, 10^{-4} м – сплошная синяя линия.

3. Метод локальных максимумов

Целью данного метода является идентификации отдельных капель в объемной доле полностью распавшейся жидкости $\alpha_l(x, y, z, t)$ модели VOF, как показано на рис. 3.

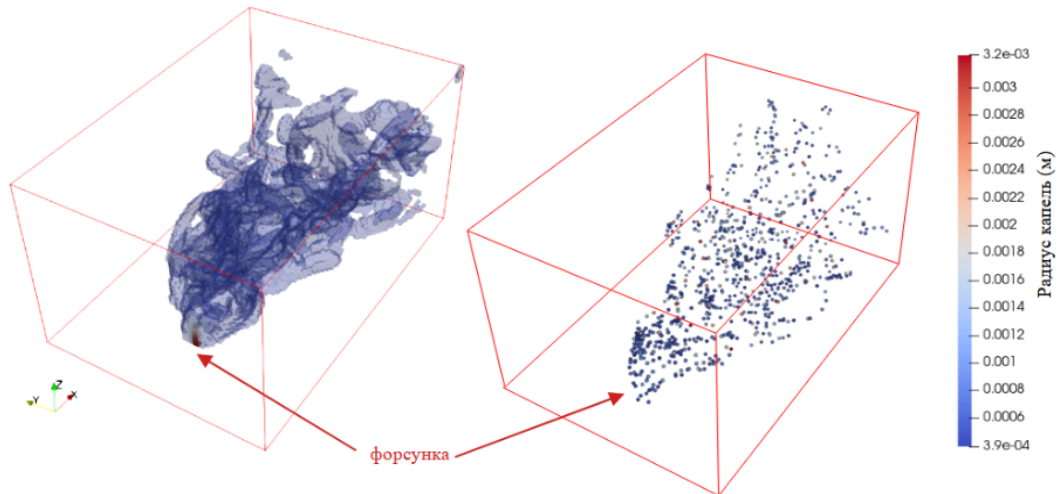


Рис. 3. Вывод местоположения и размеров капель из распределения объемной доли жидкости:
слева – распределение объемной доли жидкости α_l , полученное с помощью модели VOF;
справа – расположение и размеры капель (результаты метода)

Fig. 3. Deduction of the location and size of droplets from the distribution of the volume fraction of the liquid.

On the left is the distribution of the volume fraction of the liquid α_l , obtained using the VOF model;

On the right is the location and size of the droplets (the results of the method)

Метод основан на предположении, что, во-первых, жидкость полностью распалась; и, во-вторых, центр каждой капли является локальным максимумом в распределении объемной доли жидкости, и ячейка, которая содержит этот локальный максимум, вместе со всеми окружающими ячейками, которые содержат монотонно убывающие значения объемной доли жидкости α_l , образуют группу ячеек, которая представляет каплю, соответствующую данному локальному максимуму. Для каждого локального максимума будет найдена соответствующая группа ячеек, на основе которой будет рассчитан центр и размер соответствующей капли. Предположим, что существует N групп ячеек (или капель), и в каждой группе существует n_i ячеек, где $i = 1, \dots, N$. Центр капли можно рассчитать следующим образом:

$$x_i = \frac{1}{A_i} \sum_{j=1}^{n_i} (\alpha_l)_j (x_c)_j,$$

$$y_i = \frac{1}{A_i} \sum_{j=1}^{n_i} (\alpha_l)_j (y_c)_j,$$

$$z_i = \frac{1}{A_i} \sum_{j=1}^{n_i} (\alpha_l)_j (z_c)_j,$$

$$A_i = \sum_{j=1}^{n_i} (\alpha_l)_j,$$

где $(\alpha_l)_j$ – объемная доля жидкости ячейки j в группе i , $(x_c)_j$, $(y_c)_j$, $(z_c)_j$ – центр ячейки j в группе i . Объем капли i рассчитывается следующим образом:

$$V_i = \sum_{j=1}^{n_i} (\alpha_l)_j (V_c)_j,$$

где $(v_c)_j$ – объем ячейки j в группе i . Предположив, что все капли имеют сферическую форму, можно рассчитать радиус капли следующим образом:

$$R_i = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} V_i}.$$

При сравнении метода локальных максимумов с методом, описанным в разделе 1.2.1, последний превосходит в определении недавно сформированных капель в областях, где присутствуют и капли, и жидкостная струя. Метод 1.2.1 определяет каждую каплю на основе ее формы и предварительных знаний о максимальных и минимальных размерах капель, в то время как метод локальных максимумов не может различать струю и распавшуюся часть жидкости. В областях полного распада жидкости метод локальных максимумов работает с высокой точностью без необходимости задания параметров, в отличие от метода 1.2.1. При сравнении с методом 1.2.2 оба метода требуют полного распада струи жидкости, но метод 1.2.2 требует пороговых значений, тогда как метод локальных максимумов не нуждается в таких параметрах. Сравнивая метод локальных максимумов с методом 1.2.3, последний использует критерии размера и формы капель для определения недавно сформированных капель в областях, где имеются и капли, и струя. Метод 1.2.3 требует дополнительных коэффициентов, таких как «максимальный диаметр капли» и «сферичность капли», которые необходимо оценить, в то время как метод локальных максимумов не требует этих коэффициентов, что упрощает его реализацию.

4. Валидация метода

Для проверки представленного метода будут выполнены три шага. Во-первых, будут смоделированы две проблемы распыла с использованием модели VOF: распада жидкой пленки и распыла керосина в предварительном смесительном канале. Во-вторых, на основе распределения объемной доли жидкости, полученного в результате моделирования, с помощью метода будет выведено распределение капель и их размеры. Наконец, на основе результатов метода локальных максимумов будет рассчитан средний диаметр Заутера (SMD) и сравнен с его значением, измеренным экспериментально.

Средний диаметр Заутера – это общепринятая величина, используемая для характеристики распыла:

$$SMD = \frac{6V}{S},$$

где V – общий объем всех капель, S – общая поверхность всех капель.

4.1. Задача распада жидкой пленки

В этой задаче (рис. 4) вода впрыскивается из двух противоположных сопел, две струи жидкости сталкиваются и образуют водяную пленку, которая впоследствии распадается на капли.

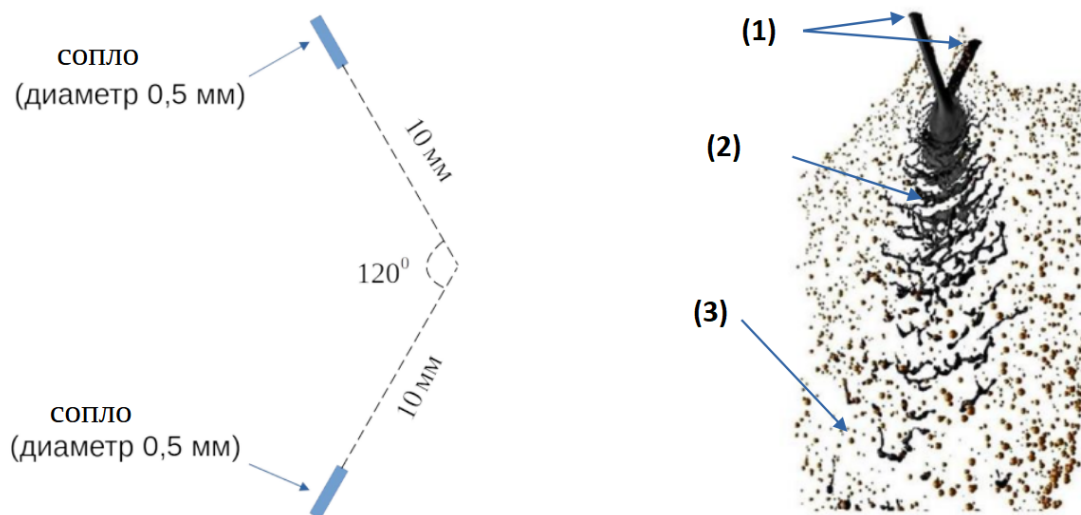


Рис. 4. Постановка задачи распада жидкой пленки: слева – настройка сопел; справа – этапы распыления:

1 – впрыск воды; 2 – образование водяной пленки; 3 – распад водной пленки на капли

Fig. 4. Formulation of the problem of disintegration of a liquid film: on the left – adjustment of nozzles;

on the right – stages of spraying: 1 – injection of water; 2 – formation of a water film;

3 – decomposition of a water film into droplets

Для моделирования задачи с использованием модели VOF, расчетная область определяется, как показано на рис. 5.

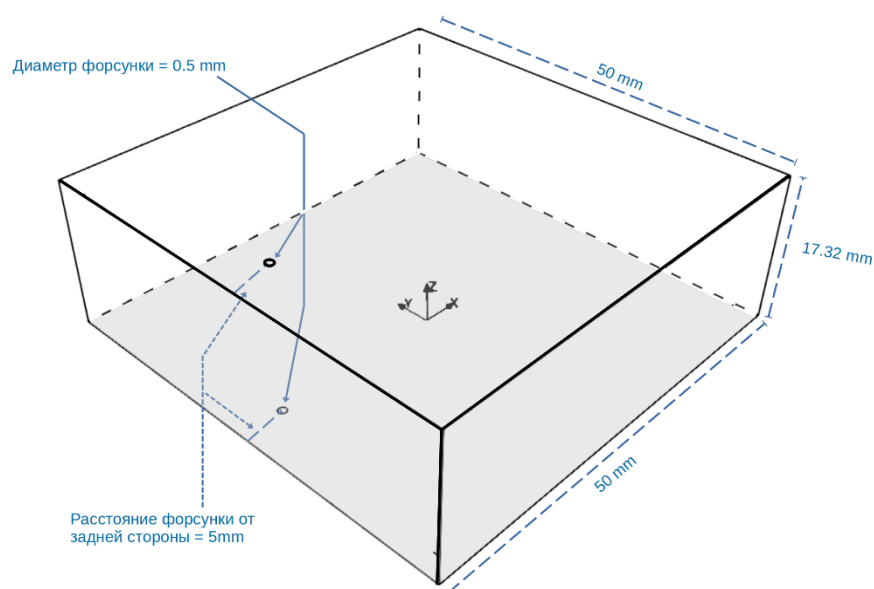


Рис. 5. Расчетная область

Fig. 5. Calculation area

В числовой задаче начальные значения внутри расчетной области устанавливаются $\alpha = 0$, $p = 101\,323$ Па и $\mathbf{u} = 0$. Граничные условия на боковых границах (кроме сопел) задаются как $\frac{\partial \alpha}{\partial n} = 0$, $p = 101\,325$ Па и $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial n} = 0$. На верхнем сопле $\alpha_l = 1$, $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$, компоненты скорости смеси – $u_x = 2,546$ м/с, $u_y = 0$, $u_z = -4,410$ м/с. На нижнем сопле $\alpha_l = 1$, $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$, компоненты скорости смеси – $u_x = 2,546$ м/с, $u_y = 0$, $u_z = -4,410$ м/с. Физические параметры устанавливаются по умолчанию в платформе ANSYS. Построенную расчетную сетку для расчетной области можно увидеть на рис. 6. Эта сетка неструктурирована и содержит начальное уточнение вблизи сопел. Причина первоначального уточнения вблизи сопел заключается в том, чтобы облегчить методу адаптации обнаружение изменения градиента объемной доли жидкости, чтобы начать адаптацию от сопел. Метод адаптации работает следующим образом: после каждого временного шага проводится проверка каждой ячейки сетки, если $0 \leq \frac{\nabla \alpha_l}{\max |\nabla \alpha_l|} \leq S_1$, ячейка огрубится, если $S_1 \leq \frac{\nabla \alpha_l}{\max |\nabla \alpha_l|} \leq S_2$, ячейка не изменится, если $S_2 \leq \frac{\nabla \alpha_l}{\max |\nabla \alpha_l|} \leq 1$, ячейка будет уточняться, где $S_1 = 0,1$ и $S_2 = 0,11$ — контролируемые уровни.

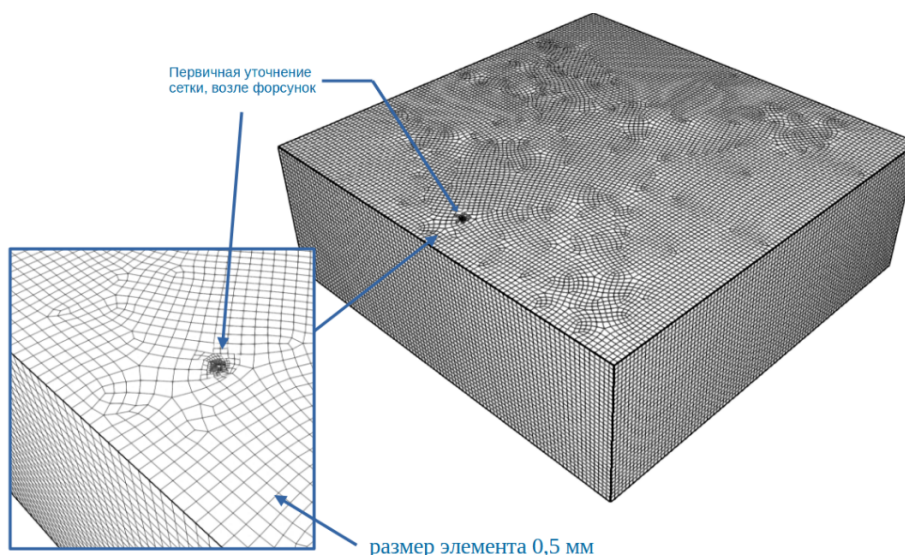


Рис. 6. Первоначальная расчетная сетка
Fig. 6. Initial calculation grid

Распределение объемной доли воды в трех временных точках, полученное в результате моделирования с использованием модели VOF и адаптивных сеток, можно наблюдать на рис. 7. В первой точке времени ($t = 2,6 \times 10^{-3}$ с) можно наблюдать столкновение двух струй воды и образование водяной пленки. Во второй точке времени ($t = 4 \times 10^{-3}$ с) можно наблюдать распад водяной пленки на капли. В третьей точке времени ($t = 6,7 \times 10^{-3}$ с) показано развитие распыла в дальнейшем времени. Продолжение расчета покажет только выход капель из границ, в то время как новые капли образуются вблизи водяной пленки.

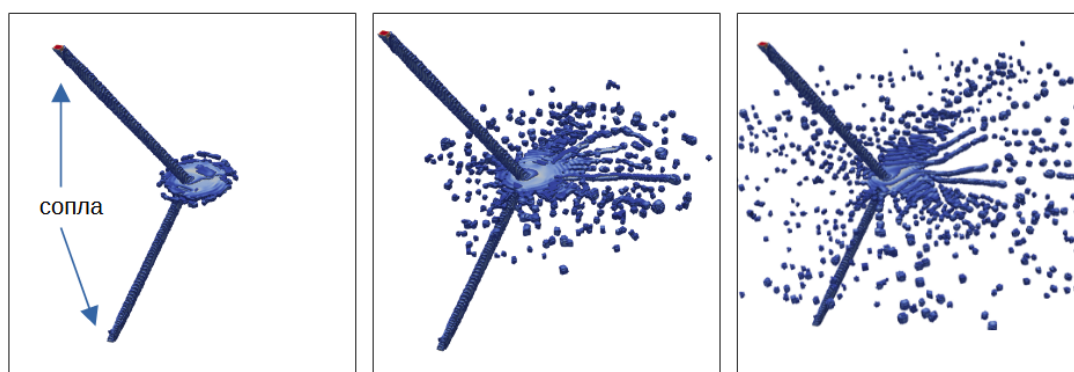


Рис. 7. Распределение объемной доли, полученное в результате моделирования с использованием модели VOF: слева – распределение в момент времени $t = 2,6 \times 10^{-3}$ с, показывающее образование жидкой пленки после столкновения двух струй жидкости; в центре – распределение в момент времени $t = 4 \times 10^{-3}$ с, показывающее распад жидкой пленки на капли; справа – распределение в более ранний момент времени $t = 6,7 \times 10^{-3}$ с

Fig. 7. The volume fraction distribution obtained as a result of modeling using the VOF model; on the left is the distribution at time $t = 2,6 \times 10^{-3}$ s, showing the formation of a liquid film after the collision of two liquid jets; in the center is the distribution at time $t = 4 \times 10^{-3}$ s, showing the decomposition of the liquid film into droplets; on the right is the distribution at an earlier time $t = 6,7 \times 10^{-3}$ s

Чтобы убедиться, что метод локальных максимумов работает корректно, его следует применять только к полностью распавшейся части жидкости. Распределение объемной доли жидкости на рис. 7 в его текущей форме не подходит для ввода в метод, поскольку оно содержит не только полностью распавшуюся жидкость, но также две струи и жидкую пленку (не полностью распавшиеся). Самый простой способ решить эту проблему – вручную удалить эти части из распределения, как показано на рис. 8. Все значения объемной доли жидкости внутри цилиндра установлены равными нулю. Недостатком этого подхода является то, что он удаляет некоторые капли, которые мы не собирались удалять

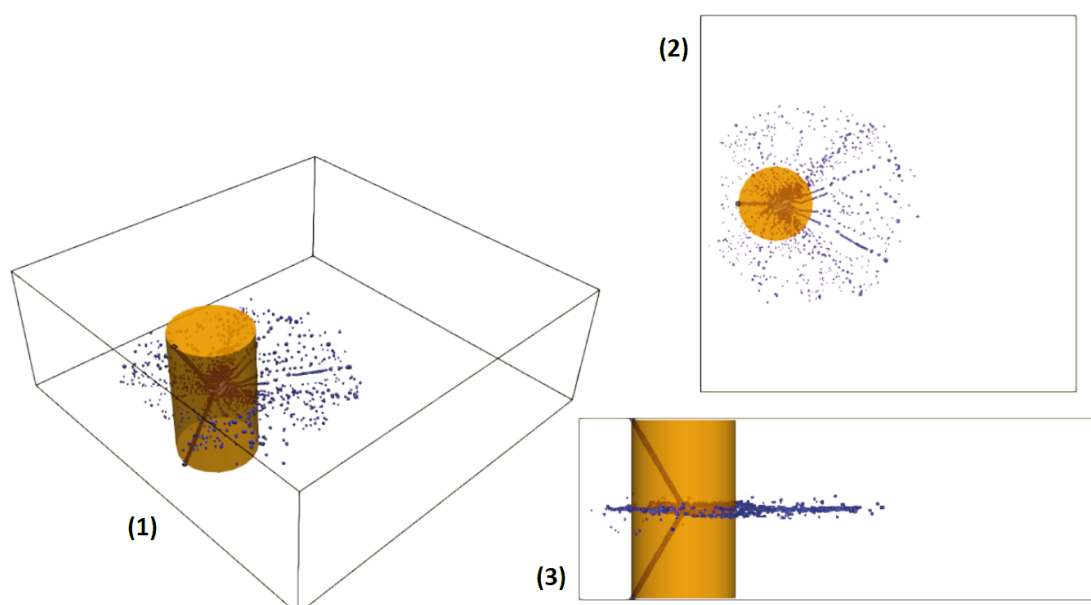


Рис. 8. Удаление не полностью распавшейся части жидкости: (1) изометрический вид, (2) вид сверху, (3) вид сбоку

Fig. 8. Removal of the incompletely decomposed part of the liquid: (1) isometric view, (2) top view, (3) side view

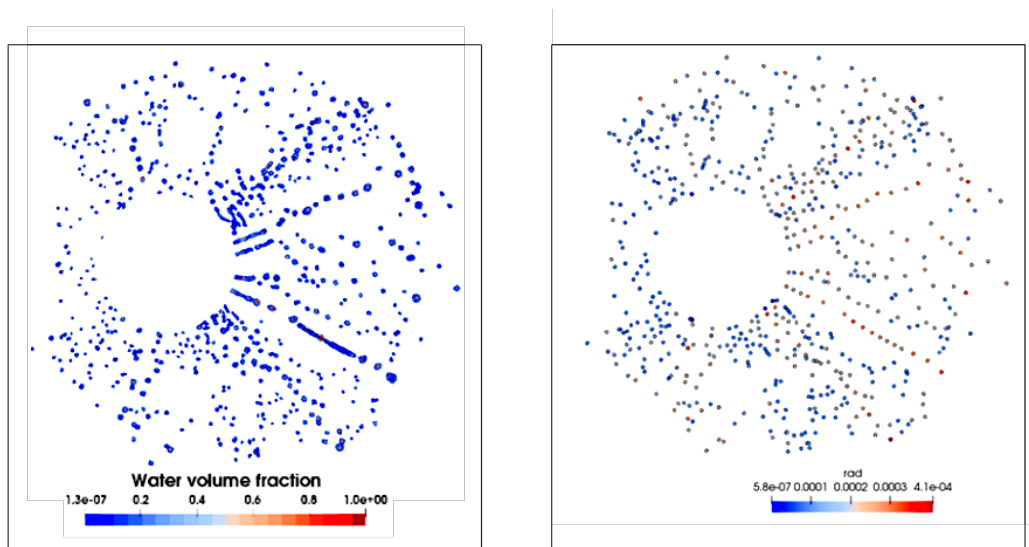


Рис. 9. Результаты применения метода локальных максимумов к объемной доле жидкости: слева – распределение объемной доли; справа – расположение и размеры капель (результаты метода)
 Fig. 9. The results of applying the method of local maxima to the volume fraction of a liquid; on the left – the distribution of the volume fraction; on the right – the location and size of droplets (the results of the method)

Оставшаяся часть объемной доли жидкости после обрезания показана на рис. 9 слева. Результаты применения метода можно увидеть справа.

Используя данные о каплях, можно рассчитать средний диаметр Заутера (SMD), характерный для распыла. Применяя метод локальных максимумов в последовательности временных точек, можно видеть на рис. 10 сходимость глобальную значения SMD к близкому значению, полученному в результате экспериментов [5; 6], а также результаты, полученные в работе [16].

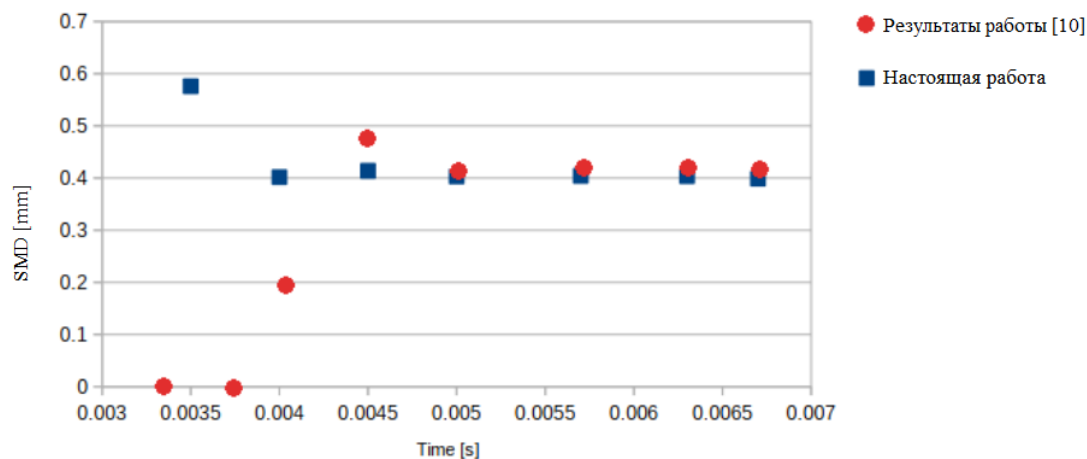


Рис. 10. Сравнение значений SMD, полученных с помощью разработанного метода локальных максимумов, и результатов, полученных из эксперимента
 Fig. 10. Comparison of the SMD values obtained using the developed method of local maxima and the results obtained from the experiment

На рис. 10 видно, что в начале времени значение расчетного SMD заметно отличается от измеренного значения, но с течением времени они совпадают. Это происходит потому,

что эта задача решается как нестационарная задача VOF, где решение сходится в более позднее время, то же время, когда расчетные и измеренные значения SMD лучше совпадают, и это совпадение продолжается со временем. Это демонстрирует, что метод эффективно определил размеры капель, на основе которых рассчитывается SMD (в случае сходимости численного решения, по которому определяется объемная доля жидкости).

4.2. Задача распыла керосина в предварительном смесительном канале для камер сгорания газовых турбин при высоком давлении

В этой задаче (рис. 11) аэрозоль керосина распыляется из одной форсунки в канал, прежде чем он испарится. Локальный SMD измерялся в 4 точках на расстоянии 30, 60, 100, 150 мм от сопла [7]. Для сравнения с этими экспериментальными измерениями тот же самый предыдущий подход будет использован для получения распределения размера капель, на основании которого будет рассчитан и сравнен локальный SMD.

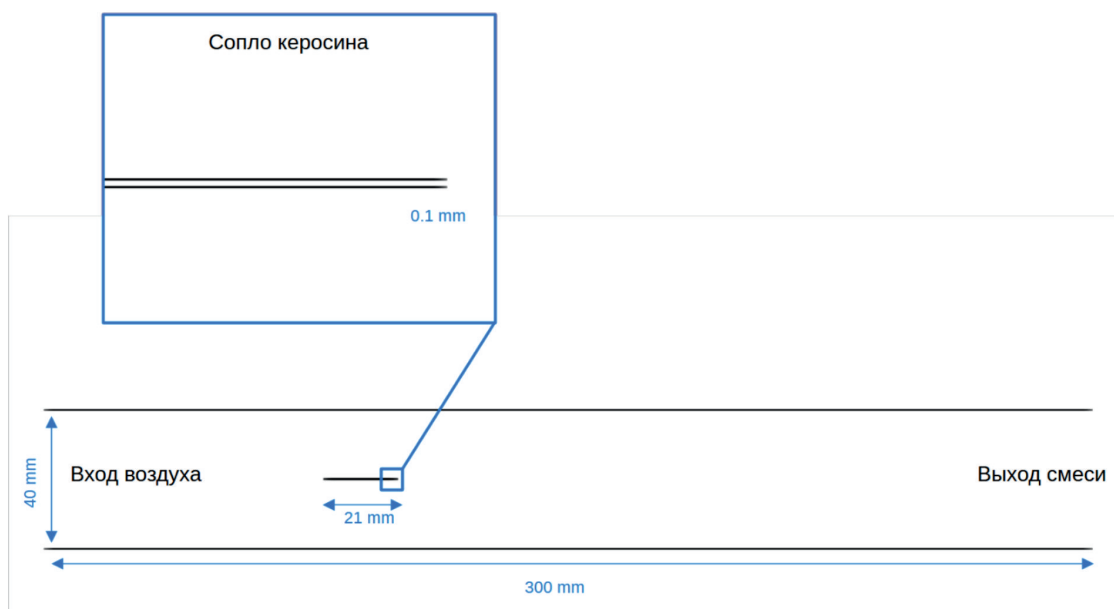


Рис. 11. Расчетная область (2D); распыл керосина в канал
Fig. 11. Calculated area (2D); kerosene spray into the channel

В числовой задаче начальные значения внутри расчетной области: объемная доля керосина – $\alpha_l = 0$, давление – $p = 101325$ Па и компоненты скорости смеси – $u_x = 120$ м/с, $u_y = 0$. Граничные условия: на входе воздуха объемная доля керосина – $\alpha_l = 0$, давление – $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$, компоненты скорости смеси – $u_x = 120$ м/с, $u_y = 0$; на сопле массовый расход керосина 1 г/с, давление – $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$; на выходе смеси объемная доля керосина – $\frac{\partial \alpha_l}{\partial n} = 0$, давление – $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$, скорость смеси – $\frac{\partial u}{\partial n} = 0$. Физические параметры устанавливаются по умолчанию в платформе ANSYS.

Полученную объемную долю керосина можно увидеть на рис. 12, распределение размеров капель можно увидеть на рис. 13.

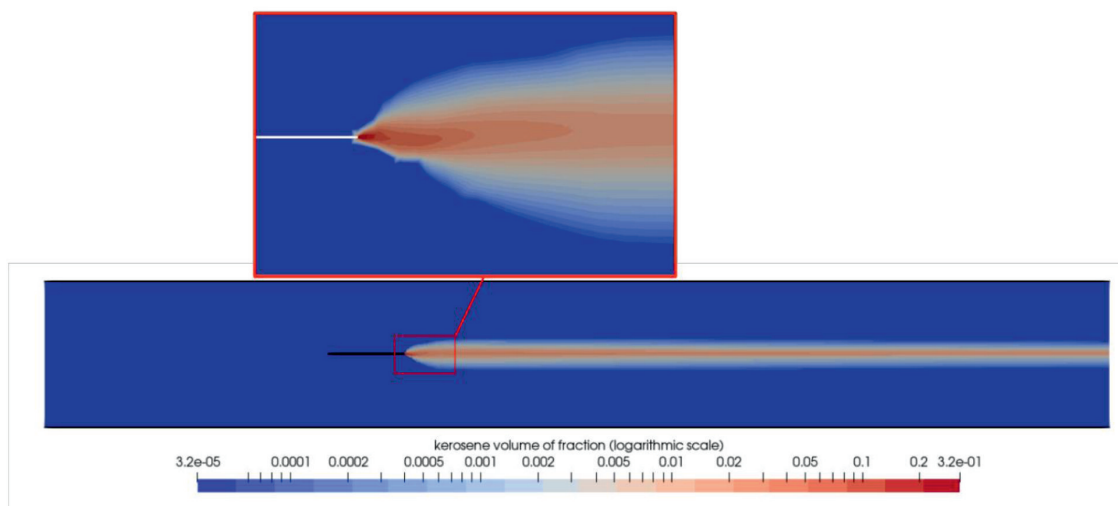


Рис. 12. Распределение объемной доли керосина

Fig. 12. Distribution of kerosene volume fraction

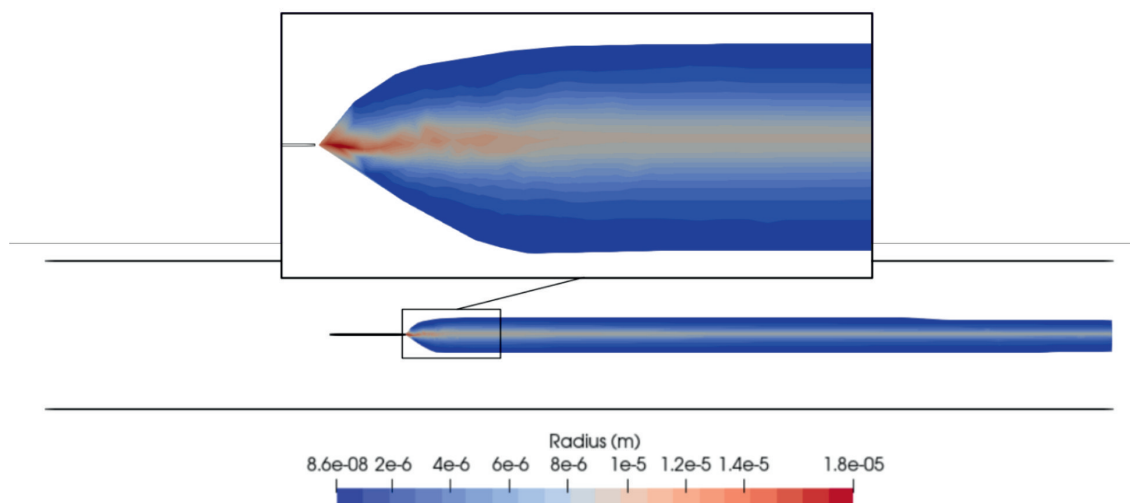


Рис. 13. Распределение размеров капель керосина, полученное с помощью метода локальных максимумов

Fig. 13. Kerosene droplet size distribution obtained using the local maxima method

Для сравнения значение SMD с экспериментальными результатами следует рассчитать SMD локально в 4 определенных точках (30, 60, 100, 150 мм от сопла). Это делается путем расчета SMD в полосах шириной 10 мм, окружающих точки, как показано на рис. 14.

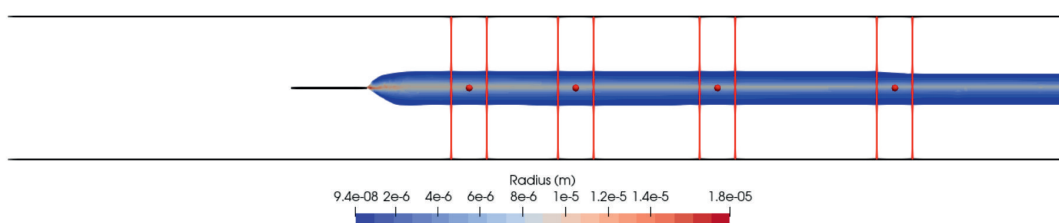


Рис. 14. Распределение размеров капель и полос, на которых локально рассчитывается SMD

Fig. 14. Distribution of droplet sizes and bands on which the SMD is calculated locally

Сравнение SMD, рассчитанного в полосках и соответствующего SMD, измеренного экспериментально, можно увидеть на рис. 15

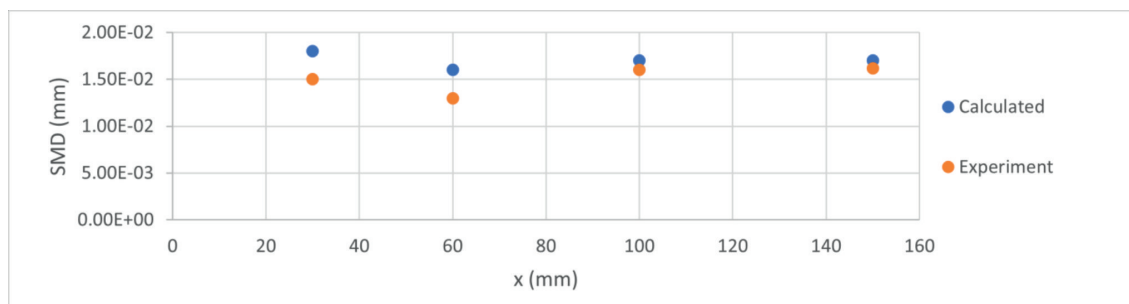


Рис. 15. Сравнение SMD между расчетными и экспериментальными значениями

Fig. 15. Comparison of SMD between calculated and experimental values

Результаты, показанные на рис. 15, показывают хорошее совпадение локальных значений SMD, полученных экспериментально и рассчитанных.

Заключение

Исследование представляет новый метод для идентификации отдельных капель и их распределения по размерам, что является требованием для многих многофазных моделей, таких как Mixture, эйлеровой, и DPM. В отличие от традиционных методов, которые полагаются на экспериментальные данные для определения корреляций размера капель, этот метод использует распределение объемной доли модели VOF. Модель VOF, хотя и требует значительных вычислительных ресурсов, не нуждается в заранее определенных распределениях размера капель для функционирования. Метод был проверен в двух тестах:

- распад жидкой пленки: результаты показали, что на ранних стадиях рассчитанные значения SMD значительно отличаются от измеренных значений, но со временем они сходятся, что демонстрирует эффективность метода в определении размеров капель на основе сходящегося численного решения распределения объемной доли жидкости;
- распыл керосина в предварительном смесительном канале для камер сгорания газовых турбин при высоком давлении: результаты продемонстрировали хорошее совпадение локальных значений SMD, полученных экспериментально и рассчитанных по методу.

При сравнении метода локальных максимумов с первым методом (методом выделения и идентификации сгустков фрагментов жидкости), первый метод превосходит в определении недавно сформированных капель в областях, где присутствуют как капли, так и жидкостная струя. Это связано с тем, что первый метод определяет каждую каплю на основе формы и предварительных знаний о максимальных и минимальных размерах капель. Однако метод локальных максимумов не может различать струю и распавшуюся часть жидкости. В областях, где жидкость полностью распалась, метод локальных максимумов будет функционировать с хорошей точностью, без необходимости задавать какие-либо параметры, в то время как первый метод все еще требует их.

При сравнении метода локальных максимумов со вторым методом (методом пороговых значений) оба метода требуют полного распада струи жидкости. Однако второй метод требует пороговых значений для работы, в то время как метод локальных максимумов не требует таких параметров.

Список литературы

1. Ansys, Inc. Ansys Fluent (Version 2023). Canonsburg, PA: Ansys, Inc., 2023.
2. **Аксенов А. А., Жлуктов С. В., Каширин В. С., Сазонова М. Л., Черный С. Г., Дроздова Е. А., Роде А. А.** Численное моделирование в ПК FlowVision распыла и испарения сырья в потоке газа-теплоносителя при печном производстве технического углерода // Компьютерные исследования и моделирование, 2023. Т. 15. № 4. С. 921–939. DOI: 10.20537/2076-7633-2023-15-4-921-939
3. **Aksenov A., Zhluktov S., Kashirin V., Sazonova M., Cherny S., Zeziulin I., Drozdova E., Rode A.** Numerical modeling of raw materials atomization and vaporization in a heat carrier gas flow in technical carbon production based on the Euler approach. E3S Web of Conferences, 2023, XXXIX Siberian Thermophysical Seminar 459, vol. 04019, p. 7. DOI: 10.1051/e3sconf/202345904019.
4. **Zhu S., Roekaerts D., Pozarlik A., Van Der Meer T.** Eulerian–Lagrangian RANS Model Simulations of the NIST Turbulent Methanol Spray Flame // Combustion Science and Technology. 2015. Vol. 187, no. 7. P. 1110–1138. DOI: 10.1080/00102202.2015.1019616
5. **Chen X., Ma D., Yang V., Popinet S.** High-fidelity simulations of impinging jet atomization. Atomization Spray, 2013. Vol. 23, no. 12. P. 1079–1101.
6. **Yasuda N., Yamamura K., Mori Y. H.** Impingement of liquid jets at atmospheric and elevated pressures: an observational study using paired water jets or water and methylcyclohexane jets // Proc. R. Soc. A. 2010. Vol. 466. P. 3501–3526. DOI: 10.1098/rspa.2010.0144
7. **Brandt M., Rachner M., Schmitz G.** An Experimental and Numerical Study of Kerosine Spray Evaporation in a Premix Duct for Gas Turbine Combustors at High Pressure // Combustion Science and Technology. 1998. Vol. 138, no. 1–6. P. 313–348. DOI: 10.1080/00102209808952074
8. **Brackbill J. U., Kothe D. B., Zemach C.** A continuum method for modeling surface tension // J. Comput. Phys. 1992. Vol. 100, no. 2. P. 335–354. DOI: 10.1016/0021-9991(92)90240-Y
9. **Vachaparambil K. J., Einarsrud K. E.** Comparison of Surface Tension Models for the Volume of Fluid Method // Processes. 2019. Vol. 7, no. 8. P. 542. DOI: 10.3390/pr7080542
10. **Schiller L., Naumann Z.** Ver. Deutsch. Ing., 1935. Vol. 77. P. 318.
11. **Ranz W. E., Marshall W. R. Jr.** Vaporation from Drops, Part I // Chem. Eng. Prog. 1952. Vol. 48, no. 3. P. 141–146.
12. **Ranz W. E., Marshall W. R. Jr.** Vaporation from Drops, Part I and Part II // Chem. Eng. Prog. 1952. Vol. 48, no. 4. P. 173–180.
13. **German R. M.** Powder Injection Moulding. MPIF, Princeton, New Jersey, 1990.
14. **Schmidt D. P., Corradini M. L., Rutland C. J.** A two-dimensional, non-equilibrium model of flashing nozzle flow. In Proceedings of the 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference, 1999, San Francisco, July 18–23; ASME, New York.
15. **Сами М., Шютце Й., Хатчинсон П., Озаркар С.** Эффективное моделирование первичного распыления жидкости с помощью эйлерово-лагранжевой гибридной модели в ANSYS Fluent. 2019.
16. **Сипатов А. М., Карабасов С. А., Гомзинов Л. Ю., Абрамчук Т. В., Семаков Г. Н.** Моделирование процесса распыла с использованием адаптивных сеточных моделей // Вычислительная механика сплошных сред. 2015. Т. 8, № 1. С. 93–101. DOI: 10.7242/1999-6691/2015.8.1.8
17. **Sun Y., Li Y., Drebler L., Nishad K., Sadiki A.** Multiscale numerical modeling of a complete spray evolution including breakup of liquid jet injection in gaseous cross flow // International Journal of Multiphase Flow. 2024. Vol. 170. P. 104655. DOI: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2023.104655
18. **Spitzenberger A., Neumann S., Heinrich M., Schwarze R.** Particle detection in VOF simulations with OpenFOAM // SoftwareX. 2020. Vol. 11. P. 100382.

19. **Wu P. K., Kirkendall K. A., Fuller R. P., Nejad A. S.** Spray structures of liquid jets atomized in subsonic crossflows // *J. Propul. Power*. 1998. Vol. 14, no. 2. P. 173–182. DOI: 10.2514/2.5283
20. **Cherny S. G., Zeziulin I. V., Tarraf D., Pochuev A. P., Boronenko I. S.** The direct and inverse problems of modeling the carbon black furnace production process // *Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications*, 2025.

References

1. Ansys, Inc. Ansys Fluent (Version 2023). Canonsburg, PA: Ansys, Inc., 2023.
2. **Aksenov A. A., Zhlukto S. V., Kashirin V. S., Sazonova M. L., Cherny S. G., Drozdova E. A., Rode A. A.** Numerical modeling in the FlowVision PC of spraying and evaporation of raw materials in the flow of coolant gas during furnace production of carbon black. *Computer Research and Modeling*, 2023, vol. 15, no. 4, pp. 921–939. (in Russ.) DOI: 10.20537/2076-7633-2023-15-4-921-939
3. **Aksenov A., Zhlukto S., Kashirin V., Sazonova M., Cherny S., Zeziulin I., Drozdova E., Rode A.** Numerical modeling of raw materials atomization and vaporization in a heat carrier gas flow in technical carbon production based on the Euler approach. *E3S Web of Conferences*, 2023, XXXIX Siberian Thermophysical Seminar 459, vol. 04019, p. 7. DOI: 10.1051/e3sconf/202345904019
4. **Zhu S., Roekaerts D., Pozarlik A., Van Der Meer T.** Eulerian–Lagrangian RANS Model Simulations of the NIST Turbulent Methanol Spray Flame. *Combustion Science and Technology*, 2015, vol. 187, no. 7, pp. 1110–1138. DOI: 10.1080/00102202.2015.1019616
5. **Chen X., Ma D., Yang V., Popinet S.** High-fidelity simulations of impinging jet atomization. *Atomization Spray*, 2013, vol. 23, no. 12, pp. 1079–1101.
6. **Yasuda N., Yamamura K., Mori Y. H.** Impingement of liquid jets at atmospheric and elevated pressures: an observational study using paired water jets or water and methylcyclohexane jets. *Proc. R. Soc. A*, 2010, vol. 466, pp. 3501–3526. DOI: 10.1098/rspa.2010.0144
7. **Brandt M., Rachner M., Schmitz G.** An Experimental and Numerical Study of Kerosine Spray Evaporation in a Premix Duct for Gas Turbine Combustors at High Pressure. *Combustion Science and Technology*, 1998, vol. 138, no. 1–6, p. 313–348. DOI: 10.1080/00102209808952074
8. **Brackbill J. U., Kothe D. B., Zemach C.** A continuum method for modeling surface tension. *J. Comput. Phys.*, 1992, vol. 100, no. 2, pp. 335–354. DOI: 10.1016/0021-9991(92)90240-Y
9. **Vachaparambil K. J., Einarsrud K. E.** Comparison of Surface Tension Models for the Volume of Fluid Method. *Processes*, 2019, vol. 7, no. 8, p. 542. DOI: 10.3390/pr7080542
10. **Schiller L., Naumann Z.** *Ver. Deutsch. Ing.*, 1935, vol. 77, p. 318.
11. **Ranz W. E., Marshall W. R. Jr.** Vaporization from Drops, Part I. *Chem. Eng. Prog.*, 1952, vol. 48, no. 3, p. 141–146.
12. **Ranz W. E., Marshall W. R. Jr.** Vaporization from Drops, Part I and Part II. *Chem. Eng. Prog.*, 1952, vol. 48, no. 4, p. 173–180.
13. **German R. M.** Powder Injection Moulding. MPIF, Princeton, New Jersey, 1990.
14. **Schmidt D. P., Corradini M. L., Rutland C. J.** A two-dimensional, non-equilibrium model of flashing nozzle flow. In *Proceedings of the 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference*, 1999, San Francisco, July 18–23; ASME, New York.
15. **Sami M., Schuetze J., Hutchinson P., Ozarkar S.** Efficiently Modeling Primary Liquid Atomization using an Eulerian Lagrangian Hybrid Model in ANSYS Fluent. 2019. (in Russ.)
16. **Sipatov A. M., Karabasov S. A., Gomzikov L. Yu., Abramchuk T. V., Semakov G. N.** Atomization modelling using adaptive mesh refinement modeling liquid jet atomization using adaptive mesh refinement. *Computational Continuum Mechanics*, 2015, vol. 8, no. 1, pp. 93–101. (in Russ.) DOI: 10.7242/1999-6691/2015.8.1.8

17. **Sun Y., Li Y., Drebler L., Nishad K., Sadiki A.** Multiscale numerical modeling of a complete spray evolution including breakup of liquid jet injection in gaseous cross flow. *International Journal of Multiphase Flow*, 2024, vol. 170, p. 104655. DOI: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2023.104655
18. **Spitzenberger A., Neumann S., Heinrich M., Schwarze R.** Particle detection in VOF simulations with OpenFOAM. *SoftwareX*, 2020, vol. 11, p. 100382.
19. **Wu P. K., Kirkendall K. A., Fuller R. P., Nejad A. S.** Spray structures of liquid jets atomized in subsonic crossflows. *J. Propul. Power*, 1998, vol. 14, no. 2, pp. 173–182. DOI: 10.2514/2.5283
20. **Cherny S. G., Zeziulin I. V., Tarraf D., Pochuev A. P., Boronenko I. S.** The direct and inverse problems of modeling the carbon black furnace production process. *Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications*, 2025.

Информация об авторах

Чёрный Сергей Григорьевич, доктор физико-математических наук, профессор
ResearcherID: L-7062-2017

Тарраф Даниэль, аспирант

Information about the Authors

Sergey G. Cherny, Doctor in Physics and Mathematics, Professor
ResearcherID: L-7062-2017

Tarraf Daniel, PhD Student

*Статья поступила в редакцию 17.02.2025;
одобрена после рецензирования 22.02.2025; принята к публикации 22.02.2025*
*The article was submitted 17.02.2025;
approved after reviewing 22.02.2025; accepted for publication 22.02.2025*