

М. И. Эпов^{1,2}, **М. Н. Никитенко**¹, **В. Н. Глинских**^{1,2}

¹ *Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН
пр. Академика Коптюга, 3, Новосибирск, 630090, Россия*

² *Новосибирский государственный университет
ул. Пирогова, 1, Новосибирск, 630090, Россия*

EповMI@ipgg.sbras.ru, NikitenkoMN@ipgg.sbras.ru, GlinskikhVN@ipgg.sbras.ru

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ НОВОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ЗОНДА С ТОРОИДАЛЬНЫМИ КАТУШКАМИ ДЛЯ ВЫСОКОРАЗРЕШАЮЩЕГО КАРОТАЖА НЕФТЕГАЗОВЫХ СКВАЖИН

Представленная работа посвящена обоснованию нового электромагнитного зонда для каротажа нефтегазовых скважин на основе компьютерного моделирования. Получено решение прямой задачи электромагнитного каротажа для тороидального источника в цилиндрически-слоистой геоэлектрической модели. Разработаны комплексы алгоритмов и компьютерных программ для анализа сигналов электромагнитного зонда с тороидальными катушками в пространственно неоднородных анизотропных средах. Путем масштабного компьютерного моделирования выполнено обоснование оптимальной конфигурации зондовой системы и исследованы ее возможности изучения макроанизотропных свойств геологических сред.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, прямая задача, геоэлектрическая модель, анизотропная среда, электромагнитный каротаж, зонд с тороидальными катушками.

Введение

В последнее десятилетие существенно расширился круг задач промысловой геофизики, что обусловлено в первую очередь вовлечением в разработку глубокопогруженных залежей углеводородов сложного геологического строения. Это требует применения новых эффективных способов их изучения и, следовательно, создания новых методов геофизических исследований в нефтегазовых скважинах. Разработка геофизических приборов начинается с изучением его возможностей, определением оптимальных параметров конфигурации и анализом результатов путем масштабного компьютерного моделирования. Опыт конструирования приборов нового типа показал, что для успешной аппаратурной разработки необходимо создание ее программно-алгоритмической базы, позволяющей учесть конструктивные особенности и реалистичные модели сред, и составляющей основу интерпретационно-методического обеспечения в дальнейшем. Представленная работа посвящена разработке алгоритмов и компьютерных программ быстрого численного моделирования электромагнитных полей применительно к обоснованию конфигурации нового электромагнитного зонда с тороидальными катушками для высокоразрешающего каротажа скважин.

Эпов М. И., Никитенко М. Н., Глинских В. Н. Математическое обоснование нового электромагнитного зонда с тороидальными катушками для высокоразрешающего каротажа нефтегазовых скважин // Вестн. НГУ. Серия: Информационные технологии. 2018. Т. 16, № 1. С. 113–129.

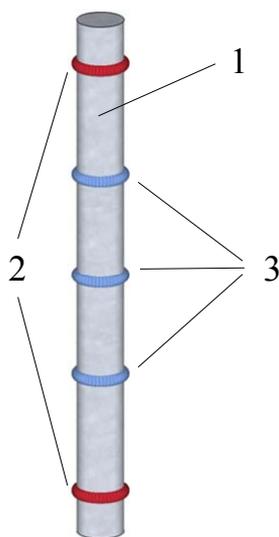


Рис. 1. Зондовая система:
1 – металлический корпус;
2 – генераторные катушки;
3 – приемные катушки

Одной из основных электрофизических характеристик, по которой определяется флюидонасыщенность пласта, является удельная электропроводность (УЭП). На определение пространственного распределения УЭП вокруг скважины ориентированы методы электрического и электромагнитного каротажа. При этом огромное внимание уделяется изучению анизотропии, которая сильно проявляется в осадочных горных породах. Как правило, используют одноосную анизотропию УЭП. В этом случае среда описывается двумя параметрами: УЭП вдоль и поперек напластования, т. е. различают горизонтальную и вертикальную УЭП. Традиционные методы электрокаротажа не зависят от вертикальной УЭП. Для изучения электрической анизотропии используют многокомпонентные измерения [1–21], характеризующиеся сложной аппаратной реализацией и обладающие рядом недостатков при использовании их в обработке. Для нового прибора предлагается следующая система возбуждения-наблюдения [22–26]: многокатушечный зонд на металлическом корпусе с тороидальными генераторными и приемными катушками, а также датчиками тока (рис. 1). Используются две генераторные катушки, которые питаются гармонически изменяющимся во времени током. Тороидальная катушка на металлическом корпусе возбуждает ток, протекающий вдоль корпуса. Любая из измеряемых компонент электромагнитного поля зависит от вертикальной и горизонтальной УЭП.

Данная система позволяет реализовать два режима возбуждения-наблюдения. Первый, суммарный: токи в генераторных катушках равны и имеют один знак, и второй, дифференциальный: токи в генераторных катушках противоположны по знаку. При этом проводятся измерения абсолютных и/или относительных характеристик электромагнитного поля с последующим определением тензора УЭП. Зондовая система реализуется двумя генераторными катушками и набором приемных, число которых ограничивается размером зонда. Например, использование трехкатушечного зонда (две генераторные и одна приемная катушки) позволяет регистрировать как минимум три электромагнитных отклика, в то время как в традиционных каротажных системах регистрируется один-два. Использование различных частот и дополнительных приемных катушек позволит существенно увеличить число независимых измерений.

Обобщая основную идею, укажем, что в суммарном режиме, измеряя абсолютные и относительные характеристики электромагнитного поля, можно определить компоненты тензора УЭП. В дифференциальном режиме диаграммы позволяют детально расчленять разрез по вертикали, выделяя границы пластов и зоны трещиноватости. При этом радиальная глубинность обеспечивается, во-первых, измерением электромагнитных откликов, слабо зависящих от корпуса прибора и бурового раствора, во-вторых, совместной инверсией полного набора данных измерений.

Предлагаемый каротажный зонд обладает существенными преимуществами:

- высокий уровень измеряемого сигнала за счет значительной плотности тока на корпусе;
- высокое вертикальное и радиальное разрешение;
- детальное расчленение разреза;
- определение горизонтальной УЭП и коэффициента электрической анизотропии;
- выделение интервалов зон трещиноватости;
- компактная зондовая система.

Целью данной работы является анализ измеряемых сигналов для выявления оптимальной конфигурации электромагнитного зонда с тороидальными катушками по результатам компьютерного моделирования.

В настоящее время разработан комплекс базовых алгоритмов математического моделирования и анализа электромагнитных сигналов в радиально-слоистых анизотропных средах.

Алгоритмы обеспечили полномасштабный анализ измеряемых сигналов для последующего выявления оптимальной конфигурации электромагнитного зонда.

Проведенный анализ источников измеряемых сигналов показал, что при возбуждении тороидальной катушкой на металлическом корпусе в среде возникает переменное электрическое поле, имеющее как горизонтальную, так и вертикальную компоненты. Это определяет зависимость измеряемых электромагнитных сигналов от горизонтального и вертикального удельного электрического сопротивления (УЭС) пласта. Пространственное распределение источников измеряемых сигналов указывает на значительную глубинность и локальность исследований. Это обеспечивает разрабатываемому электромагнитному зонду высокое вертикальное и радиальное разрешение.

Проведенное компьютерное моделирование и сравнительный анализ электромагнитных характеристик подтверждают, что измерения являются независимыми и есть их однозначная связь с УЭС пласта. Отмечается высокий уровень и широкий динамический диапазон измеряемых сигналов.

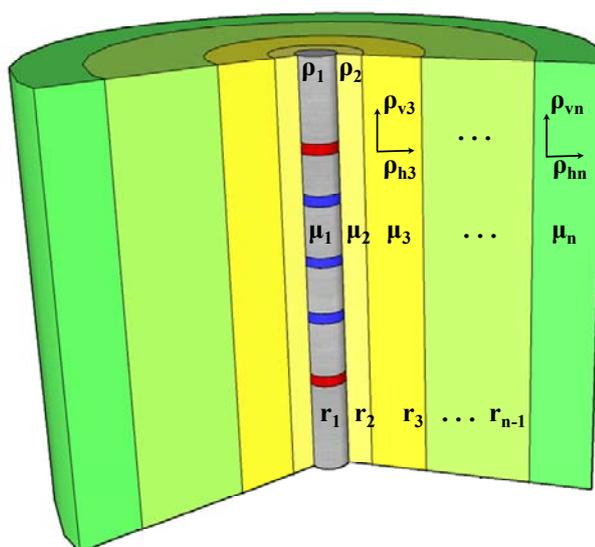
**Решение прямой задачи
в радиально-неоднородной анизотропной среде**

*Определение электромагнитного поля
тороидального источника*

Для обоснования параметров зонда с тороидальными катушками выберем модель однородного по вертикали пласта (рис. 2). В этом случае модель среды является одномерной цилиндрически-слоистой. Внутренний цилиндр (первый слой) имитирует металлический корпус прибора, второй слой – скважину, внешний слой – пласт. Между скважиной и пластом может находиться зона проникновения фильтрата бурового раствора в пласт. Она может быть неоднородной и описывается одним или несколькими цилиндрическими слоями. Будем предполагать, что мощность пласта гораздо больше длины зонда и толщины скин-слоя. В этом случае влиянием вмещающей пласт среды, а также конечными размерами корпуса прибора по вертикали можно пренебречь. Такое упрощение позволит нам достаточно легко оценить реальные уровни измеряемых сигналов, установить их основные зависимости от параметров пласта и скважины, а в последующем – оценить их чувствительность к параметрам модели, в том числе к влиянию корпуса прибора.

Рис. 2. Цилиндрически-слоистая анизотропная проводящая среда:

ρ_1 – УЭС корпуса; ρ_2 – УЭС скважины; ρ_{hj} , ρ_{vj} – горизонтальное и вертикальное УЭС j -го цилиндрического слоя; μ_j – магнитная проницаемость j -го слоя (j -й слой заключается между двумя цилиндрическими границами $r = r_{j-1}$ и $r = r_j$, $j = 2, \dots, n$; внутренний цилиндр заключен между границами $r = 0$ и $r = r_1$; внешняя граница пласта отнесена на бесконечность)



Пусть ток в источнике изменяется по гармоническому закону: $I(t) = I_0 e^{-i\omega t}$. Здесь ω – круговая частота ($1/c$), t – время (с). Частота f (Гц) связана с круговой соотношением

$\omega = 2\pi f$. Источник поля в виде тороидальной катушки вдали от нее формально можно описать круговым магнитным током [27].

Будем использовать цилиндрическую систему координат $\{r, \varphi, z\}$, ось z которой совпадает с осью скважины и направлена вниз.

В решении задачи об электромагнитном поле тороидальной катушки будем использовать метод, основанный на представлении поля произвольного гармонического источника в виде суммы нормального и аномального полей, а также на преобразовании Фурье электромагнитного поля по вертикальной координате z [28; 29].

Пусть источник электромагнитного поля расположен в слое с номером l . Представим поля в l -м слое в виде суммы двух слагаемых:

$$\vec{E} = \vec{E}_l + \vec{E}_0, \vec{H} = \vec{H}_l + \vec{H}_0. \quad (1)$$

Здесь \vec{E}_0, \vec{H}_0 – электрическое и магнитное поля стороннего источника в однородной изотропной среде с параметрами l -го слоя (первичные поля); \vec{E}_l, \vec{H}_l – аномальные поля. Векторы $\vec{E}_0, \vec{H}_0, \vec{E}_l, \vec{H}_l$, а также полные поля в j -м слое \vec{E}_j, \vec{H}_j подчиняются уравнениям Максвелла:

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{H}_0 = \hat{\sigma}_l \vec{E}_0 \\ \text{rot } \vec{E}_0 = i\omega\mu_l \vec{H}_0 - \vec{j}^\mu; \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{H}_j = \hat{\sigma}_j \vec{E}_j \\ \text{rot } \vec{E}_j = i\omega\mu_j \vec{H}_j. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь \vec{j}^μ – плотность магнитного тока.

Тензор проводимости

$$\hat{\sigma}_j = \begin{bmatrix} \sigma_{hj} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{hj} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{vj} \end{bmatrix}.$$

$\rho_{hj} = \frac{1}{\sigma_{hj}}$, $\rho_{vj} = \frac{1}{\sigma_{vj}}$. σ_{hj}, σ_{vj} – горизонтальная и вертикальная УЭП j -го цилиндрического

слоя, $\lambda_j^2 = \frac{\sigma_{hj}}{\sigma_{vj}} = \frac{\rho_{vj}}{\rho_{hj}}$ – коэффициент электрической анизотропии j -го слоя.

На границах сред $r = r_j$ ($j = 1, \dots, n-1$) касательные компоненты полей непрерывны, что можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} E_y(r_j) + \delta_{jl} \cdot E_{t0}(r_l) = E_{y+1}(r_j) + \delta_{j+1,l} \cdot E_{t0}(r_l) \\ H_y(r_j) + \delta_{jl} \cdot H_{t0}(r_l) = H_{y+1}(r_j) + \delta_{j+1,l} \cdot H_{t0}(r_l) \end{cases} \quad (4)$$

Индексом « t » обозначена тангенциальная φ - или вертикальная z -компонента электромагнитного поля $\begin{cases} \delta_{jl} = 1, & j = l \\ \delta_{jl} = 0, & j \neq l \end{cases}$.

Согласно (2)–(4), определение полного электромагнитного поля распадается на две независимые задачи:

- 1) определение первичного поля, подчиняющегося уравнениям (2);
- 2) определение полей \vec{E}_j, \vec{H}_j , $j = 1, n$, связанных однородными уравнениями (3) и неоднородными граничными условиями (4).

Рассмотрим решение первой задачи. Расписывая покомпонентно уравнения (2) и учитывая, что круговой магнитный ток имеет только тангенциальную компоненту: $\vec{j}^\mu = \{0, j_\phi^\mu, 0\}$, получим следующую систему для определения электромагнитного поля:

$$\begin{cases} -\frac{\partial H_{\varphi 0}}{\partial z} = \sigma_{h2} E_{r0} \\ \frac{1}{r} H_{\varphi 0} + \frac{\partial H_{\varphi 0}}{\partial r} = \sigma_{v2} E_{z0} \\ \frac{\partial E_{r0}}{\partial z} - \frac{\partial E_{z0}}{\partial r} = i\omega\mu_2 H_{\varphi 0} - j_\phi^\mu \end{cases} \quad (5)$$

Выражение для плотности стороннего магнитного тока:

$$j_\phi^\mu = -i\omega\mu_l M_\phi \delta(z - z_0) \delta(r - r_0). \quad (6)$$

$\{r_0, z_0\}$ – координаты источника, $\{r, z\}$ – точка наблюдения, M_ϕ – магнитный момент, δ – дельта-функция Дирака.

Таким образом, при возбуждении поля круговым магнитным током ненулевыми являются только компоненты E_r , E_z , и H_ϕ . Ввиду осевой симметрии источника электромагнитное поле не зависит от координаты φ .

Определим Фурье-образы компонент поля по координате z следующими соотношениями:

$$\begin{cases} A^*(r, \varphi, m) = \int_{-\infty}^{\infty} A(r, \varphi, z) e^{-imz} dz \\ A(r, \varphi, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A^*(r, \varphi, m) e^{imz} dm \end{cases} \quad (7)$$

С помощью преобразования Фурье из уравнений (5) получим

$$\begin{cases} -im H_{\varphi 0}^* = \sigma_{hl} E_{r0}^* \\ \frac{1}{r} H_{\varphi 0}^* + \frac{\partial H_{\varphi 0}^*}{\partial r} = \sigma_{hl} E_{z0}^* \\ im E_{r0}^* - \frac{\partial E_{z0}^*}{\partial r} = i\omega\mu_l H_{\varphi 0}^* - j_\phi^{\mu*} \end{cases} \quad (8)$$

Из системы (8) получаем уравнение для Фурье-образа вертикальной компоненты электрического поля:

$$\frac{\partial^2 E_{z0}^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_{z0}^*}{\partial r} - \frac{p_l^2}{\lambda_l^2} E_{z0}^* = \frac{\partial j_\phi^{\mu*}}{\partial r} + \frac{1}{r} j_\phi^{\mu*}. \quad (9)$$

Здесь $p_j^2 = m^2 + k_j^2$, $k_j^2 = -i\omega\mu_j \sigma_{hj}$.

Также из уравнений (8) получаем, что компоненты E_{r0}^* , $H_{\varphi 0}^*$ выражаются через производную $\frac{\partial E_{z0}^*}{\partial r}$ следующим образом:

$$\begin{cases} E_{r0}^* = -\frac{im}{p_l^2} \frac{\partial E_{z0}^*}{\partial r} \\ H_{\varphi 0}^* = \frac{\sigma_{nl}}{p_l^2} \frac{\partial E_{z0}^*}{\partial r} \end{cases} \quad (10)$$

Чтобы привести дифференциальное уравнение (9) к алгебраическому виду, воспользуемся преобразованием Ханкеля [30]:

$$\begin{cases} A^+(\lambda, m) = \int_0^\infty A^*(r, m) J_0(\lambda r) r dr \\ A^*(r, m) = \int_0^\infty A^+(\lambda, m) J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \end{cases} \quad (11)$$

Здесь и далее верхний индекс «+» означает Ханкель-образ. J_0 – функция Бесселя нулевого порядка.

Используя свойства преобразования Ханкеля [30] и выражение для стороннего тока (6), из уравнения (9) находим

$$E_{z0}^+ = M_\varphi i\omega\mu_l r_0 \frac{\lambda e^{-imz_0}}{\lambda^2 + \bar{p}_l^2} J_1(\lambda r_0), \quad \bar{p}_l = \frac{p_l}{\lambda_j},$$

откуда с помощью обратного преобразования Ханкеля, используя табличные интегралы [31], определяем

$$E_{z0}^* = -M_\varphi i\omega\mu_l r_0 e^{-imz_0} \begin{cases} p_l I_1(\bar{p}_l r_0) K_0(\bar{p}_l r), & r_0 < r \\ -p_l I_0(\bar{p}_l r) K_1(\bar{p}_l r_0), & r_0 > r \end{cases} \quad (12)$$

Здесь I_0, I_1, K_0, K_1 – модифицированные функции Бесселя первого и второго рода нулевого и первого порядков.

С помощью (10) из формулы (12) получаем выражение для тангенциальной компоненты магнитного поля и радиальной компоненты электрического поля:

$$H_{\varphi 0}^* = M_\varphi i\omega\mu_2 r_0 \sigma_{v2} e^{-imz_0} \begin{cases} I_1(\bar{p}_2 r_0) K_1(\bar{p}_2 r), & r_0 < r \\ I_1(\bar{p}_2 r) K_1(\bar{p}_2 r_0), & r_0 > r \end{cases} \quad (13)$$

$$E_{r0}^* = -M_\varphi i\omega\mu_2 r_0 \sigma_{v2} e^{-imz_0} im \begin{cases} I_1(\bar{p}_2 r_0) K_1(\bar{p}_2 r), & r_0 < r \\ I_1(\bar{p}_2 r) K_1(\bar{p}_2 r_0), & r_0 > r \end{cases} \quad (14)$$

Формулы (13), (14) понадобятся для решения второй задачи.

Обратное преобразование Фурье выражений (12)–(14) дает следующие формулы для определения первичных полей:

$$E_{z0} = \frac{M_\varphi i\omega\mu_2 r_0}{\pi} \int_0^\infty \begin{cases} -\bar{p}_2 I_1(\bar{p}_2 r_0) K_0(\bar{p}_2 r), & r_0 < r \\ \bar{p}_2 I_0(\bar{p}_2 r) K_1(\bar{p}_2 r_0), & r_0 > r \end{cases} \cos m(z - z_0) dm, \quad (15)$$

$$H_{\varphi 0} = \frac{M_\varphi i\omega\mu_2 r_0 \sigma_{v2}}{\pi} \int_0^\infty \begin{cases} I_1(\bar{p}_2 r_0) K_1(\bar{p}_2 r), & r_0 < r \\ I_1(\bar{p}_2 r) K_1(\bar{p}_2 r_0), & r_0 > r \end{cases} \cos m(z - z_0) dm, \quad (16)$$

$$E_{r_0} = -\frac{M_\varphi i\omega\mu_2 r_0}{\pi} \int_0^\infty \begin{cases} im I_1(\bar{p}_2 r_0) K_1(\bar{p}_2 r), & r_0 < r \\ im I_1(\bar{p}_2 r) K_1(\bar{p}_2 r_0), & r_0 > r \end{cases} \sin m(z - z_0) dm. \quad (17)$$

Рассмотрим вторую задачу. Аналогично первой получаем следующее уравнение для определения Фурье-образа вертикальной компоненты электрического поля:

$$\frac{\partial^2 E_{zj}^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_{zj}^*}{\partial r} - \frac{p_j^2}{\lambda_j^2} E_{zj}^* = 0. \quad (18)$$

Компоненты E_{rj}^* , $H_{\varphi j}^*$ выражаются через производную $\frac{\partial E_{zj}^*}{\partial r}$ с помощью формул

$$\begin{cases} E_{rj}^* = -\frac{im}{p_j^2} \frac{\partial E_{zj}^*}{\partial r} \\ H_{\varphi j}^* = \frac{\sigma_{hj}}{p_j^2} \frac{\partial E_{zj}^*}{\partial r} \end{cases}. \quad (19)$$

Общее решение уравнения (18) имеет вид

$$E_{zj}^* = C_j I_0(\bar{p}_j r) + D_j K_0(\bar{p}_j r). \quad (20)$$

Здесь C_j, D_j – неизвестные коэффициенты.

С учетом конечности поля в нуле и убывания его на бесконечности

$$\begin{cases} E_{z1}^* = C_1 I_0(\bar{p}_1 r) \\ E_{zn}^* = D_n K_0(\bar{p}_n r) \end{cases}. \quad (21)$$

Используя непрерывность компонент E_z, H_φ на границе (4), а также зависимости (13), (14), (19) и (21), получим систему линейных уравнений для определения коэффициентов C_j и D_j :

$$\hat{G} \cdot \bar{x} = \bar{y}. \quad (22)$$

Матрица системы \hat{G} , вектор неизвестных коэффициентов \bar{x} и правая часть системы записываются в виде

$$\hat{G} = \begin{bmatrix} I_0(\bar{p}_1 r_1) & -I_0(\bar{p}_2 r_1) & -K_0(\bar{p}_2 r_1) & 0 & \dots & 0 \\ \frac{\sigma_{v1}}{\bar{p}_1} I_1(\bar{p}_1 r_1) & -\frac{\sigma_{v2}}{\bar{p}_2} I_1(\bar{p}_2 r_1) & \frac{\sigma_{v2}}{\bar{p}_2} K_1(\bar{p}_2 r_1) & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & I_0(\bar{p}_k r_k) & K_0(\bar{p}_k r_k) & -I_0(\bar{p}_{k+1} r_k) & -K_0(\bar{p}_{k+1} r_k) & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_{vk}}{\bar{p}_k} I_1(\bar{p}_k r_k) & -\frac{\sigma_{vk}}{\bar{p}_k} K_1(\bar{p}_k r_k) & -\frac{\sigma_{vk+1}}{\bar{p}_{k+1}} I_1(\bar{p}_{k+1} r_k) & \frac{\sigma_{vk+1}}{\bar{p}_{k+1}} K_1(\bar{p}_{k+1} r_k) & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & I_0(\bar{p}_{n-1} r_{n-1}) & K_0(\bar{p}_{n-1} r_{n-1}) & -K_0(\bar{p}_n r_{n-1}) \\ 0 & \dots & 0 & \frac{\sigma_{vn-1}}{\bar{p}_{n-1}} I_1(\bar{p}_{n-1} r_{n-1}) & -\frac{\sigma_{vn-1}}{\bar{p}_{n-1}} K_1(\bar{p}_{n-1} r_{n-1}) & \frac{\sigma_{vn}}{\bar{p}_n} K_1(\bar{p}_n r_{n-1}) \end{bmatrix} \begin{matrix} 2k-1 \\ 2k \\ \dots \\ 2k-1 \\ 2k \end{matrix}. \quad (23)$$

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ D_2 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ C_{n-1} \\ D_{n-1} \\ D_n \end{bmatrix}, \quad \bar{y} = A \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \\ \bar{p}_l I_0(\bar{p}_l r_{l-1}) K_1(\bar{p}_l r_0) \\ \sigma_{vj} I_1(\bar{p}_l r_{l-1}) K_1(\bar{p}_l r_0) \\ \bar{p}_l I_1(\bar{p}_l r_0) K_0(\bar{p}_l r_l) \\ -\sigma_{vj} I_1(\bar{p}_l r_0) K_1(\bar{p}_l r_l) \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2l-3 \\ \\ \\ 2l-2 \\ 2l-1 \\ 2l \\ \\ \\ \end{matrix} \quad (24)$$

Здесь $A = i\omega\mu_j M_\varphi r_0$.

Для определения электромагнитного поля в произвольной точке среды необходимо решить систему (22), воспользоваться представлением E_{zj}^* через коэффициенты C_j и D_j (21) и выражениями для $H_{\varphi j}^*, E_{rj}^*$ (19), а затем выполнить обратное преобразование Фурье (7) по переменной m . В результате получим

$$E_{zj} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty (C_j I_0(\bar{p}_j r) + D_j K_0(\bar{p}_j r)) \cos m(z - z_0) dm, \quad (25)$$

$$H_{\varphi j} = \frac{\sigma_{vj}}{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{\bar{p}_j} (C_j I_1(\bar{p}_j r) - D_j K_1(\bar{p}_j r)) \cos m(z - z_0) dm, \quad (26)$$

$$E_{rj} = -\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{im}{\bar{p}_j} (C_j I_1(\bar{p}_j r) - D_j K_1(\bar{p}_j r)) \sin m(z - z_0) dm. \quad (27)$$

Если источник и приемник находятся в одном слое ($l = j$), к полученным значениям полей (25)–(27) необходимо прибавить первичные поля (15)–(17) с параметрами l -го слоя.

Измеряемые характеристики

Измеряемыми сигналами являются э.д.с. в приемной катушке и плотность тока на корпусе прибора. Определим моменты M_φ , необходимые при расчетах величины измеряемых сигналов.

По закону Фарадея э.д.с. в приемном контуре выражается через нормальную к контуру компоненту магнитного поля H_n следующим образом: $\varepsilon = i\omega\mu \iint_S H_n ds$.

Если площадь S , ограниченная приемным контуром, мала (в пределах контура величина H_n изменяется мало), то $\varepsilon \approx i\omega\mu S \cdot H_n$.

Для э.д.с. в приемной катушке

$$\varepsilon = \frac{N_T \cdot N_R}{L_T \cdot L_R} \int_L \int_{L_0} \varepsilon_2 dl_0 dl \quad (28)$$

Здесь $\varepsilon_2 = i\omega\mu_r S_T S_R \cdot H_{\varphi 2}$ – э.д.с. в одном витке катушки; L_T, L_R – длины окружностей источника (радиусом r_0) и приемника (радиусом r); N_T, N_R – число витков генераторной и приемной катушек соответственно; S_T, S_R – площади витков генераторной и приемной катушек соответственно; μ_r – магнитная проницаемость сердечника приемной катушки.

В выражении для стороннего тока (6) была указана магнитная проницаемость слоя с источником (скважины) μ_l . В реальных тороидальных катушках применяются магнитные ма-

териалы, усиливающие сигнал. Учитывая, что магнитная проницаемость бурового раствора равна магнитной проницаемости вакуума $\mu_l = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, получаем, что величина измеряемого сигнала должна быть умножена на относительную магнитную проницаемость в источнике μ_T^* . Окончательно:

$$\varepsilon = i\omega\mu_0 I_0 \mu_T^* \mu_R^* N_T \cdot N_R \cdot S_T \cdot S_R \cdot H_{\phi l} = i\omega\mu_0 M_{\phi}^e H_{\phi l}. \quad (29)$$

I_0 – амплитуда силы тока в источнике, μ_T^* , μ_R^* – относительные магнитные проницаемости в генераторной и приемной катушках. Таким образом, для вычисления э.д.с. в приемном контуре введен момент

$$M_{\phi}^e = I_0 \mu_T^* \mu_R^* \cdot N_T \cdot N_R \cdot S_T \cdot S_R \quad (\text{А}\times\text{м}^4). \quad (30)$$

Аналогично определяем момент для вычисления плотности тока, текущего по корпусу прибора:

$$J_z = I_0 \mu_T^* N_T \cdot S_T \cdot \sigma_1 \cdot E_{z l} = \sigma_1 M_{\phi}^J E_{z l}, \quad (31)$$

$$M_{\phi}^J = I_0 \mu_T^* \cdot N_T \cdot S_T \quad (\text{А}\times\text{м}^2). \quad (32)$$

Здесь σ_1 – УЭП корпуса.

Компьютерное моделирование и анализ электромагнитных сигналов

Для анализа сигналов зонда с тороидальными катушками использовалась цилиндрически-слоистая модель среды, включающая корпус прибора, скважину и пласт. УЭС корпуса прибора – 10^{-7} Ом·м, радиус корпуса – 0,05 м, УЭС бурового раствора – 2 Ом·м, радиус скважины – 0,108 м. Когда исследовалась зависимость сигналов от УЭС бурового раствора, он менялся от 0,01 до 10 Ом·м. При исследовании зависимости от радиуса скважины его диапазон составил 0,06–0,15 м. В вычислениях использовались единичные моменты генераторной катушки и приемного датчика. Отметим также, что амплитуда плотности тока обратно пропорциональна УЭС корпуса скважинного прибора, а амплитуда э.д.с. от него не зависит при УЭС металла менее 10^{-5} Ом·м.

Необходимость создания компактной зондовой системы обусловила выбор для анализа длин зондов от 0,2 до 1,2 м. Диапазон исследуемых частот составил 5–500 КГц для обеспечения достаточного проникновения электромагнитного поля в неизмененную часть пласта.

Распределение вихревого тока в среде

Генераторная тороидальная катушка порождает в среде вихревое электромагнитное поле, служащее вторичным источником измеряемых сигналов. Пусть вертикальные координаты двух генераторных катушек равны –0,6 и 0,6 м. Режим возбуждения – суммарный. На рис. 3 показано пространственное распределение реальной и мнимой частей плотности вихревого тока в пластах с УЭС 5 Ом·м на частоте 50 КГц. Возбуждаемый в среде вихревой ток имеет как горизонтальную, так и вертикальную компоненты. Это обеспечивает зависимость измеряемых электромагнитных сигналов от горизонтального и вертикального УЭС пласта. О глубине проникновения электромагнитного поля в среду можно судить по нормированным амплитудам реальной и мнимой частей плотности вихревого тока (показаны цветом). Нормировка проводилась на значение плотности вихревого тока на стенке скважины. В радиальном направлении амплитуда тока затухает примерно на порядок. Поведение вихревого тока значительно различается для реальной и мнимой частей. Это указывает на необходимость измерения обеих составляющих сигнала, что будет обеспечивать высокое пространственное

разрешение скважинного прибора. Пространственное распределение источников измеряемых сигналов указывает на достаточную для практики глубину и локальность исследований.

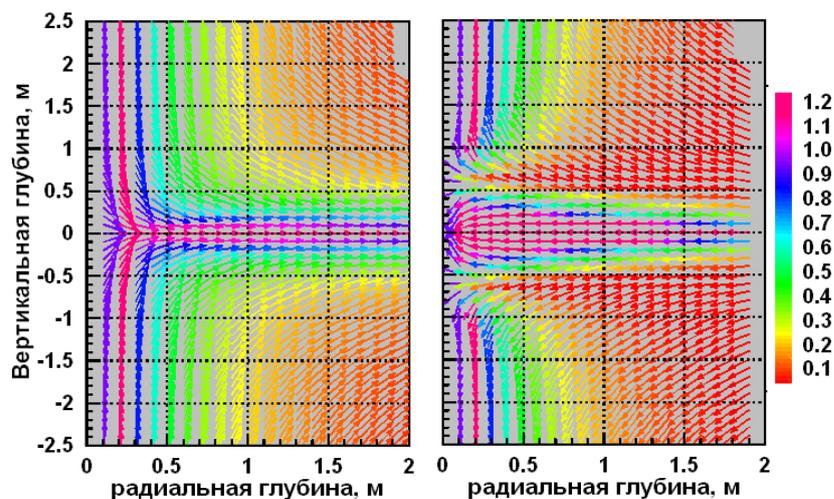


Рис. 3. Пространственное распределение реальной (слева) и мнимой (справа) частей плотности вихревого тока в пласте с УЭС 5 Ом·м на частоте 5 КГц. Нормированная амплитуда тока показана цветом

Уровень и диапазон сигналов

На рис. 4 приведено распределение реальных и мнимых частей плотности тока и э.д.с. в зависимости от длины зонда и частоты.

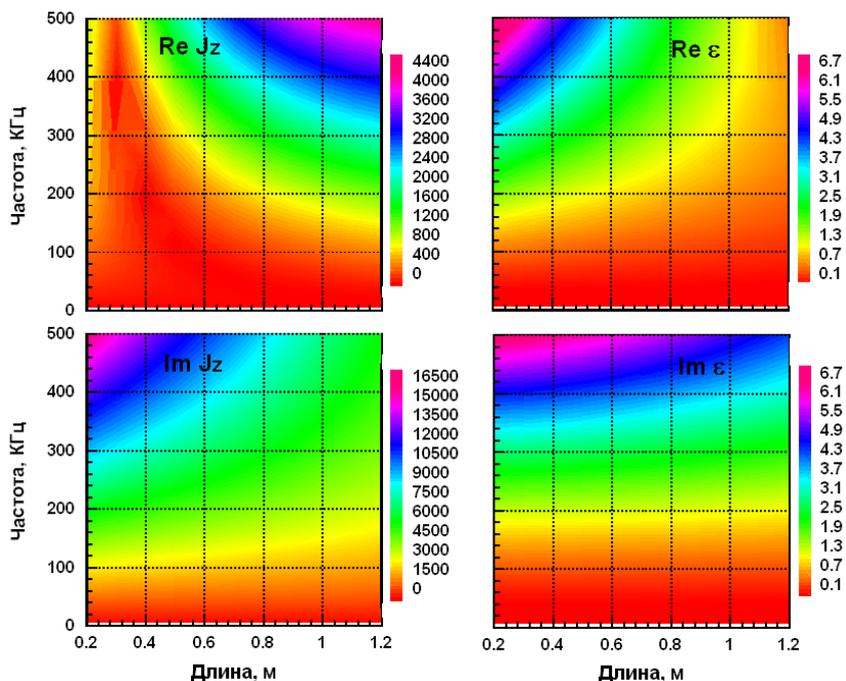


Рис. 4. Распределение реальных (сверху) и мнимых (снизу) частей плотности тока на корпусе прибора (слева) и э.д.с. в приемной катушке (справа) в зависимости от длины зонда и частоты в пласте с УЭС 5 Ом·м

Для реальной части плотности тока на корпусе наблюдается повышение уровня сигнала при увеличении как длины зонда, так и частоты. Зависимость измеряемого сигнала от обоих параметров высокая. Для мнимой части отмечается повышение уровня сигнала при уменьшении длины и увеличении частоты. В области низких частот сигнал слабо зависит от длины зонда. Уровень сигнала реальной части э.д.с. в приемной катушке повышается с уменьшением длины зонда и увеличением частоты. Зависимость измеряемого сигнала от обоих параметров значительная. Уровень сигнала мнимой части э.д.с. повышается с увеличением частоты. Измеряемый сигнал слабо зависит от длины зонда, при этом в области низких частот зависимости практически нет. Измеряемые амплитуды плотности тока и э.д.с. характеризуются высоким уровнем и имеют большой динамический диапазон. Измеряемые сигналы сильно зависят от частоты, что указывает на преобладание частотного зондирования. При этом с повышением частоты зависимость сигналов от длины зонда увеличивается.

Проведенный анализ указывает на возможность выбора дискретного набора длин двухкатушечных зондов и операционных частот для макета прибора.

Влияние скважины на измеряемые характеристики

На рис. 5, 6 показано влияние скважины на измеряемые сигналы. На рис. 5 приведены зависимости амплитуды плотности тока и э.д.с. от УЭС бурового раствора для двухкатушечных зондов на частоте 50 КГц. Зависимость измеряемых характеристик от УЭС бурового раствора менее 1 Ом·м для зондов длиной 0,4-1,2 м слабая. Сильнее всего от УЭС бурового раствора зависит короткий зонд длиной 0,2 м. Для УЭС от 1 до 10 Ом·м изменение сигналов составляет около 20 %. На рис. 6 приведены зависимости сигналов от радиуса скважины. Изменение сигналов составляет 10–15 % для диапазона радиусов от 0,06 до 0,15 м.

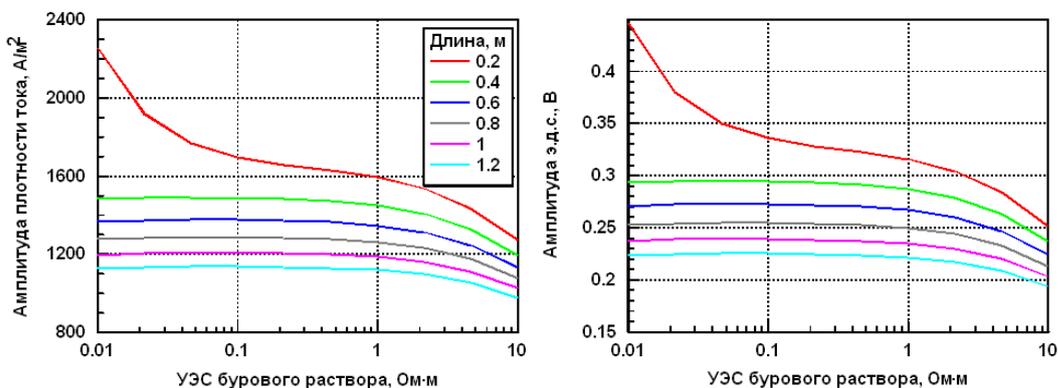


Рис. 5. Зависимости амплитуды плотности тока и э.д.с. от УЭС бурового раствора для двухкатушечных зондов (длина 0,2-1,2 м, частота 50 КГц)

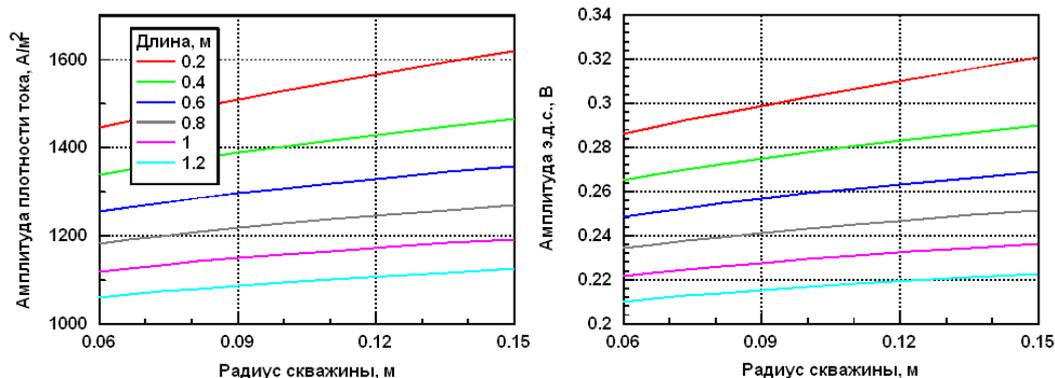


Рис. 6. Зависимости амплитуды плотности тока и э.д.с. от радиуса скважины для двухкатушечных зондов (длина 0,2-1,2 м, частота 50 КГц)

В целом отмечается слабая зависимость измеряемых характеристик от УЭС бурового раствора и ее отсутствие в скважинах с биополимерным и глинистым растворами. Влияние возрастает при увеличении частоты и уменьшении длины зонда. Зависимость измеряемых характеристик от радиуса скважины практически отсутствует при частотном зондировании и наблюдается при геометрическом зондировании. Влияние параметров скважины приводит к необходимости их учета, в частности путем внесения соответствующих поправок.

Зависимость измеряемых характеристик от УЭС пласта и коэффициента анизотропии

На рис. 7 приведены зависимости сигналов от УЭС пласта для двухкатушечного зонда длиной 0,6 м. Уровень измеряемых сигналов возрастает с увеличением частоты. Для УЭС от 1 до 200 Ом-м сигналы на низкой частоте уменьшаются примерно в 20 раз, на высокой – на порядок. Во всем диапазоне УЭС отмечается выраженное частотное зондирование. В более проводящей среде преобладает геометрическое зондирование.

На рис. 8 приведены зависимости сигналов от горизонтального УЭС (коэффициент электрической анизотропии 1-4) для двухкатушечного зонда (длина 0,6 м, частота 50 КГц). Уровень измеряемых сигналов уменьшается с увеличением коэффициента анизотропии.

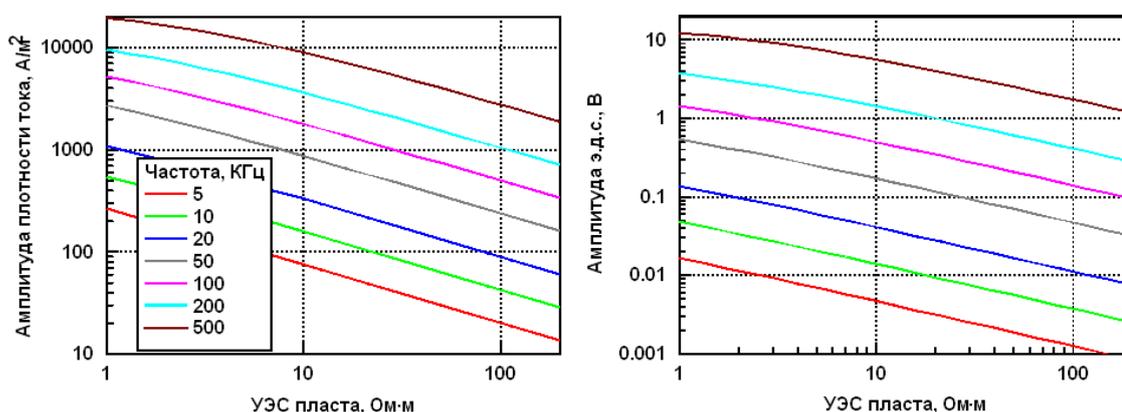


Рис. 7. Зависимости амплитуды плотности тока и э.д.с. от УЭС однородной среды для двухкатушечного зонда (длина 0,6 м, частота 5–500 КГц)

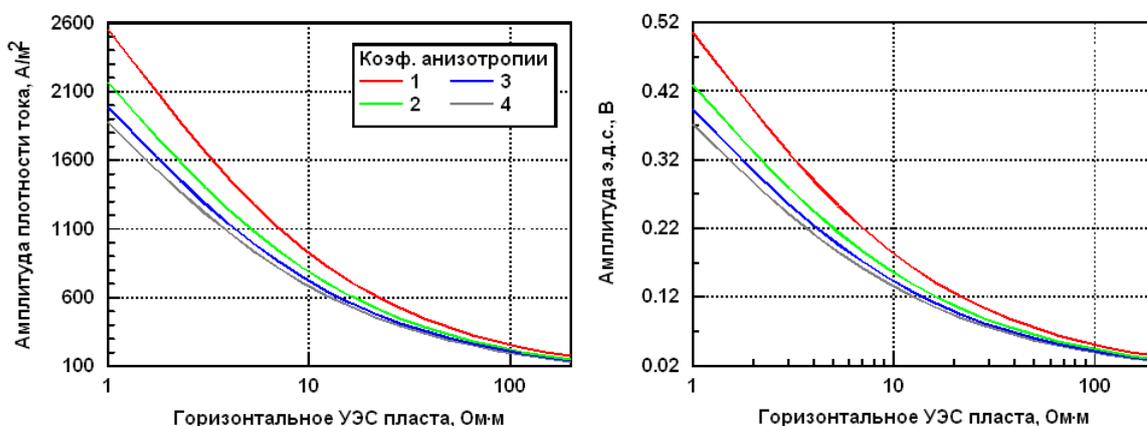


Рис. 8. Зависимости амплитуды плотности тока и э.д.с. от горизонтального УЭС однородной среды (коэффициент электрической анизотропии 1-4) для двухкатушечного зонда (длина 0,6 м, частота 50 КГц)

На рис. 9 приведены зависимости сигналов от коэффициента электрической анизотропии для двухкатушечного зонда длиной 0,6 м на частоте 50 КГц. Измеряемые характеристики однозначно связаны с коэффициентом электрической анизотропии пласта.

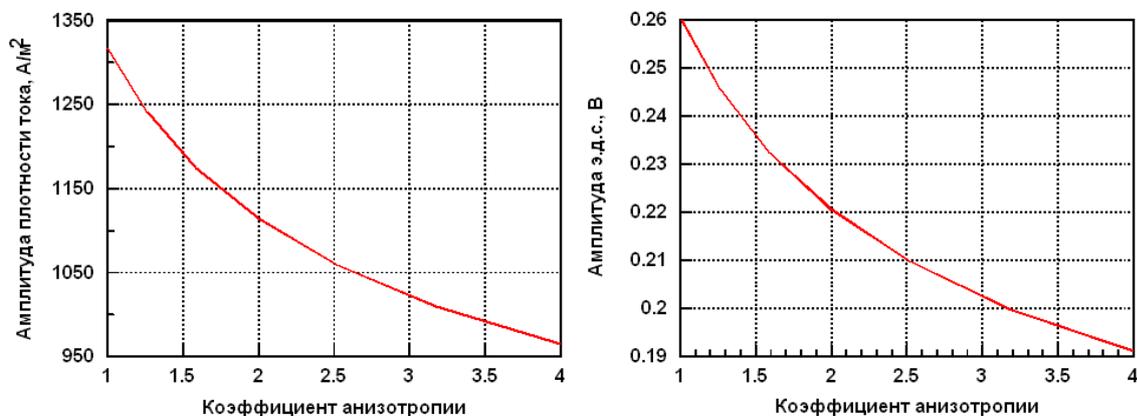


Рис. 9. Зависимости амплитуды плотности тока и э.д.с. от коэффициента электрической анизотропии однородной среды для двухкатушечного зонда (длина 0,6 м, частота 50 КГц)

В целом представленные зависимости указывают на однозначную связь измеряемых характеристик с параметрами пласта. Следует отметить высокий уровень и широкий динамический диапазон измеряемых сигналов. Частотное зондирование преобладает во всем диапазоне УЭС пласта. Геометрическое зондирование возможно в проводящих средах.

Заключение

Разработан комплекс базовых алгоритмов компьютерного моделирования и анализа электромагнитных сигналов в радиально-слоистых анизотропных средах с целью изучения пространственного распределения УЭС горных пород и их электрической анизотропии с помощью нового зонда с тороидальными катушками. Алгоритмы обеспечили полномасштабный анализ измеряемых сигналов для последующего выбора оптимальной конфигурации электромагнитного зонда. С использованием созданного алгоритмического инструментария сделаны следующие основные выводы.

Проведенный анализ источников измеряемых сигналов показал, что при возбуждении тороидальной катушкой на металлическом корпусе в среде возникает переменное электрическое поле, имеющее как горизонтальную, так и вертикальную компоненты. Это определяет зависимость измеряемых электромагнитных сигналов от горизонтального и вертикального УЭС пласта. Пространственное распределение источников измеряемых сигналов указывает на значительную глубинность и локальность исследований. Это обеспечивает разрабатываемому электромагнитному зонду высокое вертикальное и радиальное разрешение.

УЭС корпуса оказывает влияние на амплитуду плотности тока. Его уменьшение приводит к пропорциональному УЭС корпуса возрастанию уровня сигнала. Зависимость амплитуды э.д.с. от УЭС корпуса незначительная. Уровень измеряемых сигналов может быть существенно повышен за счет увеличения моментов генераторной и приемной катушек. Их предполагаемый диапазон составляет первые единицы – первые сотни соответствующих единиц.

Отмечается зависимость измеряемых характеристик от УЭС бурового раствора для высоких частот и коротких зондов. В диапазоне значений УЭС (0,1–2 Ом·м) зависимость измеряемых характеристик и их составляющих ослаблена. Зависимость измеряемых характеристик от радиуса скважины слабая при частотном зондировании и наблюдается при геомет-

рическом зондировании. Влияние на измеряемые сигналы радиуса скважины меньше, чем УЭС бурового раствора.

Проведенные компьютерное моделирование и сравнительный анализ электромагнитных характеристик подтверждают, что измерения являются независимыми и однозначно связаны с УЭС пласта. Отмечается высокий уровень и значительный динамический диапазон измеряемых сигналов. Преобладает частотное зондирование. Геометрическое зондирование возможно в проводящих средах.

Список литературы

1. *Anderson B. I., Barber T. D., Lüling M. G.* The response of induction tools to dipping, anisotropic formations // Transactions of the SPWLA 36th Annual Logging Symposium. 1995. Pap. D.
2. *Graciet S., Shen L. C.* Simulation of induction and MWD resistivity tools in anisotropic dipping beds // Transactions of the SPWLA, 38th Annual Logging Symposium. 1997. Pap. M.
3. *Hagiwara T.* A new method to determine horizontal-resistivity in anisotropic formations without prior knowledge of relative dip // Transactions of the SPWLA, 37th Annual Logging Symposium. 1996. Pap. Q.
4. *Hagiwara T., Banning E. J., Ostermeier R. M., Haugland M. S.* Effects of Mandrel, Borehole, and Invasion for Tilt-Coil Antennas // SPE Reservoir Evaluation & Engineering. 2005. Vol. 8. No. 3. P. 255–263. SPE-84245-PA.
5. *Kriegshauser B., Fanini O., Forgang S., Itskovich G., Rabinovich M., Tabarovsky L., Yu L., Epov M., Gupta P., Horst J. van der.* A new multicomponent induction logging tool to resolve anisotropic formations // Transactions of the SPWLA, 41st Annual Logging Symposium. 2000. Pap. D.
6. *Kriegshäuser B., Fanini O., Yu L., Gupta P.* Advanced inversion techniques for multicomponent induction log data // SEG 2000 Expanded Abstracts. 2000. Vol. 19. P. 1810–1813.
7. *Mollison R., Fanini O., Kriegshauser B., Yu L., Ugueto G., Popta J.* Impact of multicomponent induction technology on a deepwater turbidite sand hydrocarbon saturation evaluation // Transactions of the SPWLA, 42nd Annual Logging Symposium. 2001. Pap. T.
8. *Rabinovich M., Bessalov A., Corley B., Merchant G., Wang T., Quint E., Morrison J.* Effect of fractures on multi-component and multiarray induction logs // Transactions of the SPWLA, 45th Annual Logging Symposium. 2004. Pap. UU.
9. *Sun K., Omeragic D., Mihn Ch. C. et al.* Evaluation of resistivity anisotropy and formation dip from directional electromagnetic tools while drilling. SPWLA 51st Annual Logging Symposium. June 19–23, 2010.
10. *Tabarovsky L. A., Rabinovich M. B.* Real time 2D inversion of induction logging data // Journal of Applied Geophysics. 1998. Vol. 38. Iss. 4. P. 251–275.
11. *Tabarovsky L., Rabinovich M.* Geosteering in anisotropic formations using multicomponent induction measurements. United States Patent 7269515. March 4, 2005
12. *Wang H., Davydycheva S., Zhou J., Frey M., Barber T., Abubakar A., Habashy T.* Sensitivity Study and Inversion of the Fully-Triaxial Induction Logging in Cross-bedded Anisotropic Formation // 78th SEG Annual Meeting. 2008. [Электронный ресурс].
13. *Wang T.* A weak-anisotropy approximation to multicomponent induction responses in cross-bedded formations // Geophysics. – 2006. Vol. 71. Iss. 4. P. F61–F66.
14. *Wang T., Yu L., Fanini O.* Multicomponent induction response in a borehole environment // Geophysics. 2003. Vol. 68. Iss. 5. P. 1510–1518.
15. *Wang T., Yu L., Fanini O., Kriegshauser B., Merchant G.* Understanding multicomponent induction logs in a 3-d borehole environment // Transactions of the SPWLA, 42nd Annual Logging Symposium. 2001. Pap. GG.
16. *Yu L., Fanini O., Kriegshauser B., Koelman J. M. V., Popta J. van.* Enhanced evaluation of low-resistivity reservoirs using multicomponent induction log data // Petrophysics. 2001. Vol. 42. P. 611–623.
17. *Yu L., Fanini O. N., Kriegshauser B. F., Mollison R., Koelman J. M. V., Popta J. van.* A new multicomponent induction logging tool for evaluating electrically anisotropic reservoirs // EAGE. First Break. 2000. Vol. 18. No. 12. P. 511–519.

18. Zhang Z., Yu L., Kriegshäuser B., Chundururu R. Simultaneous determination of relative angles and anisotropic resistivity using multicomponent induction logging data // Transactions of the SPWLA, 42nd Annual Logging Symposium. 2001. Pap. Q.
19. Zhang Zh., Yu L., Kriegshäuser B., Tabarovsky L. Determination of relative angles and anisotropic resistivity using multicomponent induction logging data // Geophysics. 2004. Vol. 69. Iss. 4. P. 898–908.
20. Zhdanov M. S., Kennedy W. D., Cheryauka A. B., Peksen E. Principles of tensor induction well logging in a deviated well in an anisotropic medium // Transactions of the SPWLA, 42st Annual Logging Symposium. 2001. – Pap. R.
21. Zhdanov M. S., Tartaras E., Gribenko A. Fast 3D Imaging from a Single Borehole Using Tensor Induction Logging Data // Petrophysics. 2004. Vol. 45. No. 2. P. 167–178.
22. Эпов М. И., Глинских В. Н., Никитенко М. Н. Способ измерения удельной электропроводности и электрической макроанизотропии горных пород. Патент на изобретение RU 2525149. Оpubл. 10.08.2014. Бюлл. № 22.
23. Эпов М. И., Еремин В. Н., Петров А. Н., Глинских В. Н. Электромагнитный зонд для каротажа в нефтегазовых скважинах. Патент на изобретение RU 2583867. Оpubл. 10.05.2016. Бюлл. № 13.
24. Эпов М. И., Еремин В. Н., Петров А. Н., Глинских В. Н., Суродина И. В., Киселев В. В. Устройство для регистрации характеристик электромагнитного поля с использованием тороидальных катушек. Патент на изобретение RU 2578774. Оpubл. 27.03.2016. Бюлл. № 9.
25. Эпов М. И., Глинских В. Н., Еремин В. Н., Никитенко М. Н., Петров А. Н., Суродина И. В., Михайлов И. В. Математическое и физическое моделирование сигналов электромагнитного зонда для изучения макроанизотропии осадочных отложений. 19-я научно-практическая конференция «Геомодель 2017» – Вопросы геологоразведки и разработки месторождений нефти и газа: расширенные тезисы докладов, 2017. ID 43809.
26. Eпов M. I., Glinskikh V. N., Eremin V. N., Nikitenko M. N., Petrov A. N., Mikhaylov I. V. Electromagnetic tool for high-resolution logging: theoretical and experimental studies. SPE Russian Petroleum Technology Conference. Moscow, 16–18 October 2017.
27. Светов Б. С. Электродинамические основы квазистационарной геоэлектрики. М.: Изд-во ИЗМИРАН, 1984. 183 с.
28. Кауфман А. А. Теория индукционного каротажа. Новосибирск: Наука, 1965. 236 с.
29. Табаровский Л. А. Применение метода интегральных уравнений в задачах геоэлектрики. Новосибирск: Наука, 1975. 144 с.
30. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1984. 831 с.
31. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1962. 1100 с.

Материал поступил в редколлегию 26.02.2018

M. I. Eпов^{1,2}, M. N. Nikitenko¹, V. N. Glinskikh^{1,2}

¹ Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS
3 Koptug Ave., Novosibirsk, 630090, Russian Federation

² Novosibirsk State University
1 Pirogov Str., Novosibirsk, 6630090, Russian Federation

EповMI@ipgg.sbras.ru, NikitenkoMN@ipgg.sbras.ru, GlinskikhVN@ipgg.sbras.ru

MATHEMATICAL SUBSTANTIATION OF A NEW ELECTROMAGNETIC TOOL WITH TOROIDAL COILS FOR HIGH-RESOLUTION LOGGING OF OIL AND GAS WELLS

The presented work is devoted to the substantiation of a new electromagnetic tool for logging oil and gas wells on the basis of computer simulation. The solution of the direct problem of electro-

magnetic logging for a toroidal source in a cylindrically-layered geoelectric model is obtained. Complexes of algorithms and computer programs for the analysis of signals of the electromagnetic tool with toroidal coils in spatially inhomogeneous anisotropic media have been developed. By means of large-scale computer simulation, the optimal configuration of the tool system is substantiated and its capabilities for studying macroanisotropic properties of geological media are investigated.

Keywords: computer simulation, direct problem, geoelectric model, anisotropic medium, electromagnetic logging, tool with toroidal coils.

References

1. Anderson B. I., Barber T. D., Lüling M. G. The response of induction tools to dipping, anisotropic formations. *Transactions of the SPWLA 36th Annual Logging Symposium*, 1995, pap. D.
2. Graciet S., Shen L.C. Simulation of induction and MWD resistivity tools in anisotropic dipping beds. *Transactions of the SPWLA, 38th Annual Logging Symposium*, 1997, pap. M.
3. Hagiwara T. A new method to determine horizontal-resistivity in anisotropic formations without prior knowledge of relative dip. *Transactions of the SPWLA, 37th Annual Logging Symposium*, 1996, pap. Q.
4. Hagiwara T., Banning E. J., Ostermeier R. M., Haugland M. S. Effects of Mandrel, Borehole, and Invasion for Tilt-Coil Antennas. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, 2005, vol. 8. no. 3, p. 255–263. SPE-84245-PA.
5. Kriegshauser B., Fanini O., Forgang S., Itskovich G., Rabinovich M., Tabarovsky L., Yu L., Epov M., Gupta P., van der Horst J. A new multicomponent induction logging tool to resolve anisotropic formations. *Transactions of the SPWLA, 41st Annual Logging Symposium*, 2000, pap. D.
6. Kriegshäuser B., Fanini O., Yu L., Gupta P. Advanced inversion techniques for multicomponent induction log data. *SEG 2000 Expanded Abstracts*, 2000, vol. 19, p. 1810–1813.
7. Mollison R., Fanini O., Kriegshauser B., Yu L., Ugueto G., Popta J. Impact of multicomponent induction technology on a deepwater turbidite sand hydrocarbon saturation evaluation. *Transactions of the SPWLA, 42nd Annual Logging Symposium*, 2001, pap. T.
8. Rabinovich M., Bepalov A., Corley B., Merchant G., Wang T., Quint E., Morrison J. Effect of fractures on multi-component and multiarray induction logs. *Transactions of the SPWLA, 45th Annual Logging Symposium*, 2004, pap. UU.
9. Sun K., Omeragic D., Mihn Ch. C. et al. Evaluation of resistivity anisotropy and formation dip from directional electromagnetic tools while drilling. *SPWLA 51st Annual Logging Symposium*, June 19–23, 2010.
10. Tabarovsky L. A., Rabinovich M. B. Real time 2D inversion of induction logging data. *Journal of Applied Geophysics*, 1998, vol. 38, iss. 4, p. 251–275.
11. Tabarovsky L., Rabinovich M. Geosteering in anisotropic formations using multicomponent induction measurements. United States Patent 7269515. March 4, 2005.
12. Wang H., Davydycheva S., Zhou J., Frey M., Barber T., Abubakar A., Habashy T. Sensitivity Study and Inversion of the Fully-Triaxial Induction Logging in Cross-bedded Anisotropic Formation. *78th SEG Annual Meeting*, 2008.
13. Wang T. A weak-anisotropy approximation to multicomponent induction responses in cross-bedded formations. *Geophysics*, 2006, vol. 71, iss. 4, p. F61–F66.
14. Wang T., Yu L., Fanini O. Multicomponent induction response in a borehole environment. *Geophysics*, 2003, vol. 68, iss. 5, p. 1510–1518.
15. Wang T., Yu L., Fanini O., Kriegshauser B., Merchant G. Understanding multicomponent induction logs in a 3-d borehole environment. *Transactions of the SPWLA, 42nd Annual Logging Symposium*, 2001, pap. GG.
16. Yu L., Fanini O., Kriegshauser B., Koelman J. M. V., van Popta J. Enhanced evaluation of low-resistivity reservoirs using multicomponent induction log data. *Petrophysics*, 2001, vol. 42, p. 611–623.
17. Yu L., Fanini O. N., Kriegshauser B. F., Mollison R., Koelman J. M. V., van Popta J. A new multicomponent induction logging tool for evaluating electrically anisotropic reservoirs. *EAGE. First Break*, 2000, vol. 18, no. 12, p. 511–519.

18. Zhang Z., Yu L., Kriegshauser B., Chunduru R. Simultaneous determination of relative angles and anisotropic resistivity using multicomponent induction logging data. *Transactions of the SPWLA, 42nd Annual Logging Symposium*, 2001, pap. Q.
19. Zhang Zh., Yu L., Kriegshäuser B., Tabarovsky L. Determination of relative angles and anisotropic resistivity using multicomponent induction logging data. *Geophysics*, 2004, vol. 69, iss. 4, p. 898–908.
20. Zhdanov M. S., Kennedy W. D., Cheryauka A. B., Peksen E. Principles of tensor induction well logging in a deviated well in an anisotropic medium. *Transactions of the SPWLA, 42st Annual Logging Symposium*, 2001, pap. R.
21. Zhdanov M. S., Tartaras E., Gribenko A. Fast 3D Imaging from a Single Borehole Using Tensor Induction Logging Data. *Petrophysics*, 2004, vol. 45, no. 2, p. 167–178.
22. Epov M. I., Glinskikh V. N., Nikitenko M. N. Method for measuring the specific electric conductivity and electric macroanisotropy of rocks. Patent for invention RU 2525149. Publ. 10.08.2014. Paper. № 22. (In Russ.)
23. Epov M. I., Eremin V. N., Petrov A. N., Glinskikh V. N. Electromagnetic tool for logging in oil and gas wells. Patent for invention RU 2583867. Publ. 10.05.2016. Paper. № 13. (In Russ.)
24. Epov M. I., Eremin V. N., Petrov A. N., Glinskikh V. N., Surodina I. V., Kiselev V. V. Device for recording characteristics of an electromagnetic field using toroidal coils. Patent for invention RU 2578774. Publ. 27.03.2016. Paper. № 9. (In Russ.)
25. Epov M. I., Glinskikh V. N., Eremin V. N., Nikitenko M. N., Petrov A. N., Surodina I. V., Mikhaylov I. V. Mathematical and Physical Simulation of Responses of An Electromagnetic Logging Tool for Studying Macroanisotropy of Sedimentary Deposits. *19th Scientific and Practical Conference "Geomodel 2017" – Issues of geological exploration and development of oil and gas fields: extended abstracts of papers*, 2017. ID 43809. (In Russ.)
26. Epov M. I., Glinskikh V. N., Eremin V. N., Nikitenko M. N., Petrov A. N., Mikhaylov I. V. Electromagnetic tool for high-resolution logging: theoretical and experimental studies. *SPE Russian Petroleum Technology Conference*. Moscow, 16–18 October 2017.
27. Svetov B. S. Electrodynamic foundations of quasi-stationary geoelectrics. Moscow, IZMIRAN Publishing House, 1984, 183 p. (In Russ.)
28. Kaufman A. A. Theory of induction logging. Novosibirsk, Science, 1965, 236 p. (In Russ.)
29. Tabarovsky L. A. Application of the method of integral equations in problems of geoelectrics. Novosibirsk, Science, 1975, 144 p. (In Russ.)
30. Korn G., Korn T. Handbook of Mathematics. Moscow, Science, 1984, 831 p. (In Russ.)
31. Gradshteyn I. S., Ryzhik I. M. Tables of integrals, series and products. Moscow, Fizmatgiz, 1962, 1100 p. (In Russ.)

For citation:

Epov M. I., Nikitenko M. N., Glinskikh V. N. Mathematical Substantiation of a New Electromagnetic Tool with Toroidal Coils for High-Resolution Logging of Oil and Gas Wells. *Vestnik NSU. Series: Information Technologies*, 2018, vol. 16, no. 1, p. 113–129. (In Russ.)