Научная статья

УДК 519.711.3
DOI 10.25205/1818-7900-2022-20-2-37-49

Задача моделирования и управления многомерными безынерционными процессами с зависимыми выходными переменными

Дарья Игоревна Ликсонова[1], Александр Васильевич Медведев[2]

[1, 2]Сибирский федеральный университет
Красноярск, Россия

[1]LiksonovaDI@yandex.ru, https://orcid.org/ID: 0000-0001-9663-6481
[2]mav2745@mail.ru, https://orcid.org/ID: 0000-0001-9515-662X

Аннотация

В настоящей работе рассматриваются задачи моделирования и управления многомерными безынерционными системами с запаздыванием в условиях непараметрической неопределенности. Речь идет о многомерных процессах, находящихся в условиях, когда вид параметрических уравнений по различным каналам объекта отсутствует из-за недостатка априорной информации. Основной акцент сделан на тот случай, когда компоненты вектора выходных переменных случайно связаны, заранее непредвиденным образом. В случае стохастической зависимости выходных переменных математическое описание объекта сводится к системе неявных уравнений, вид которых неизвестен. Поэтому основной задачей моделирования является нахождение прогнозируемых значений выходных переменных по известным входным. При управлении многомерным объектом важной особенностью является определение задающих воздействий. Главное здесь состоит в том, что задающие воздействия системы управления не должны выбираться произвольно из соответствующих областей, а подлежать выбору в зависимости от определения предыдущих. Предлагаются непараметрические алгоритмы идентификации и управления для многомерных систем. Приводятся вычислительные эксперименты, показывающие эффективность использования предложенных непараметрических алгоритмов идентификации и управления.

Ключевые слова

дискретно-непрерывный процесс, математическое моделирование, непараметрическая неопределенность, идентификация, управление, безынерционный процесс, Т-процессы, Т-модели

Для цитирования

Ликсонова Д. И., Медведев А. В. Задача моделирования и управления многомерными безынерционными процессами с зависимыми выходными переменными // Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. 2022. Т. 20, № 2. С. 37–49. DOI 10.25205/1818-7900-2022-20-2-37-49

Problem of Modeling and Control of Multi-Dimensional Timeless Processes with Dependent Output Variables

Darya I. Liksonova[1], Alexander V. Medvedev[2]

[1, 2]Siberian Federal University
Krasnoyarsk, Russian Federation

[1]LiksonovaDI@yandex.ru, https://orcid.org/ID: 0000-0001-9663-6481
[2]mav2745@mail.ru, https://orcid.org/ID: 0000-0001-9515-662X

Abstract

In this paper, we consider the problems of modeling and controlling multidimensional inertialess systems with delay under nonparametric uncertainty. We are talking about the multidimensional processes which are in conditions where the form of parametric equations for various channels of the object is absent due to lack of a priori information. The main emphasis is placed on the case when the components of the vector of output variables are randomly connected in an unforeseen way.

In the case of a stochastic dependence of the output variables, the mathematical description of the object is reduced to a system of implicit equations, the form of which is unknown. Therefore, the main task of modeling is to find the predicted values of output variables from known input variables. When managing a multidimensional object, an important feature is the definition of setting actions. The main thing here is that the setting influences of the control system should not be chosen arbitrarily from the corresponding areas, but depending on the definition of the previous ones. Nonparametric identification and control algorithms for multidimensional systems are proposed. Computational experiments that show the efficiency of using the proposed nonparametric identification and control algorithms are presented.

Keywords

discrete-continuous process, mathematical modeling, nonparametric uncertainty, identification, control, inertialess process, T-processes, T-models

For citation

Liksonova D. I., Medvedev A. V. Problem of Modeling and Control of Multi-Dimensional Timeless Processes with Dependent Output Variables. Vestnik NSU. Series: In-formation Technologies, 2022, vol. 20, no. 2, p. 37–49. (in Russ.) DOI 10.25205/1818-7900-2022-20-2-37-49

Введение

Рассмотрение задач идентификации и управления многомерными дискретно-непрерывными процессами с запаздыванием продолжает оставаться весьма актуальным. Это можно объяснить тем, что такие процессы встречаются довольно часто на реальных производствах. В качестве примера можно привести различные технологические, технические, производственные процессы, например, в стройиндустрии – процесс измельчения клинкера, который приводит к получению цемента [1], или в нефтепереработке – процесс гидроочистки дизельного топлива от сернистых соединений [2]. Объекты, рассматриваемые в настоящей работе, являются многомерными, а значит необходимо учитывать зависимости входных и выходных переменных [3]. Также следует обратить внимание, что по разным каналам многомерного объекта процессы чаще всего могут быть и динамическими, но контроль переменных осуществляется через дискретные интервалы времени, это означает, что выходные переменные могут измеряться через большие промежутки времени, значительно превосходящие постоянную времени объекта. В более ранней литературе [4; 5] не рассматривались многомерные системы с дискретным временем измерения выходных переменных.

Еще более важным является наличие априорной информации по различным каналам. Здесь естественно нужно предположить, что по разным каналам априорная информация может быть различной. И дальше действовать необходимо по-разному, с учетом того объема априорной информации, которая имеется в данном случае. Учитывая все факторы о том, что контроль переменных может осуществляться через большие интервалы времени, значительно превосходящие постоянную времени объекта, необходимо рассматривать такие процессы как безынерционные с запаздыванием. Еще одной особенностью рассматриваемых процессов является то, что выходные переменные связаны между собой заранее неизвестным образом. В этом случае математическое описание процесса в явном виде не представляется возможным. Для решения таких задач необходимы методы, отличные от классической теории идентификации [6], которая сводится к оценке параметров [7], поэтому одним из возможных направлений в этом случае является применение непараметрической теории [8; 9; 10].

Таким образом, рассматриваемый многомерный процесс имеет неизвестную зависимость выходных переменных, которые определяются имеющейся априорной информацией. Такой процесс описывается в виде системы некоторых неявных функций. Функции могут быть как линейными, так и нелинейными. Главная особенность здесь состоит в том, что вид этой системы функций априори оказывается неизвестным. Поэтому в данном исследовании возникает нетривиальная ситуация решения системы неявных уравнений в условиях, когда неизвестны зависимости между компонентами выходных переменных.

При управлении многомерным процессом следует обратить внимание на то, что при определении задающих воздействий для процесса сначала необходимо решить систему задающих воздействий, т. к. выбирать произвольно задающие воздействия из области определения выходных переменных не представляется возможным.

Постановка задачи моделирования многомерной системы

Рассмотрим многомерный объект. На рис. 1 представлен многомерный объект, у которого на выходе имеют место стохастически связанные выходные переменные, т. е. не известные исследователю зависимости.

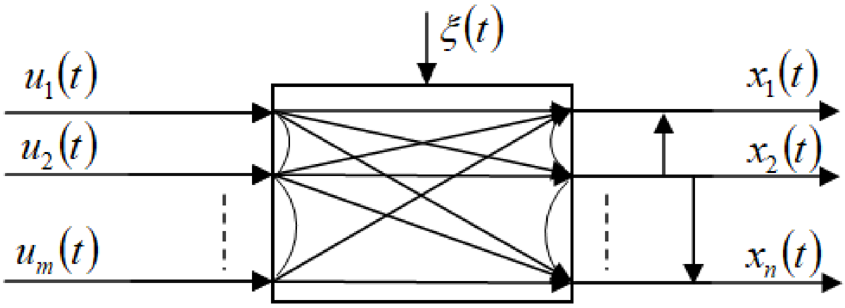

Рис. 1. Многомерный объект с зависимыми выходными переменными
Fig. 1. Multidimensional object with dependent output variables

На рис. 1 приняты следующие обозначения: $u(t) = (u_1(t), u_2(t),..., u_k(t))$, $k = \overline{1\ m}$ – m-мерный вектор входных переменных, $x(t) = (x_1(t), x_2(t),..., x_j(t),..., x_n(t))$, $j = 1,n$ – n-мерный вектор выходных переменных, $\xi(t)$ – случайные помехи, действующие на объект (например, если объект подвержен воздействиям окружающей среды), (t) – непрерывное время. Все измерения входных $u(t)$ и выходных $x(t)$ переменных осуществляются с помехами, например это может зависеть от сбоев в датчиках измерения.

При рассмотрении многомерного объекта необходимо учитывать его особенности, а именно, что каждая компонента вектора выходных переменных может зависеть не от всех компонент вектора входных переменных, а от некоторого набора, причем для каждой компоненты выхода этот набор не обязательно будет одинаковый. Другой особенностью является различная дискретность входных и выходных переменных.

Математическое описание многомерного объекта представляется в виде некоторой системы неявных функций следующего вида:

$$F_j(u(t), x(t)) = 0, \quad j = \overline{1,n}, \tag{1}$$

где функции $F_j(\cdot)$ не известны исследователю или технологу (если речь идет о реальном процессе), так как всегда имеет место дефицит информации о реальном процессе из-за неполноты априорных сведений. В этой связи решающую роль составляет априорная информация об объекте, который и является предметом исследования.

По различным каналам исследуемого объекта зависимость j-й компоненты вектора выходных переменных $\bar{x}$ может быть представлена в виде некоторой зависимости от тех или иных компонент вектора входных переменных $\bar{u}$, а может и от всех, в зависимости от априорной информации. Покажем это следующей формулой:

$$x^{<j>} = f_j\left(u^{<j>}\right), \quad j = \overline{1,n}. \tag{2}$$

Формула (2) называется составным вектором. Первые упоминания о составном векторе были в книге [11]. Составной вектор – это вектор, составленный из некоторых компонент входных или выходных переменных, например, $x^{<2>} = f_2(u_1, u_3, u_4)$. Составные вектора выписываются исследователем на основании имеющейся априорной информации [12]. В этом случае система уравнений (1) примет следующий вид:

$$F_j\left(u^{<j>}(t), x^{<j>}(t)\right) = 0, \quad j = \overline{1, n}, \tag{3}$$

где $u^{<j>}(t), x^{<j>}(t)$ – составные векторы. Заметим, что вид уравнений (3) продолжает оставаться неизвестным и не может интерпретироваться как модель исследуемого процесса. Поэтому в данном случае задача моделирования сводится к поиску прогнозируемых значений компонент вектора выходных переменных $x(t)$, при известных значениях входных $u(t)$.

Методы исследования

Система моделей исследуемого процесса, показанного на рис. 1, представляется в следующем виде:

$$\hat{F}_j\left(u^{<j>}(t), x^{<j>}(t), \vec{x}_s, \vec{u}_s\right) = 0, \quad j = \overline{1, n}, \tag{4}$$

где $\vec{x}_s, \vec{u}_s$ – временные векторы (набор данных, поступивший к s-му моменту времени), в частности, $\vec{x}_s = (x_1, \ldots, x_s) = (x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{1s}, \ldots, x_{21}, x_{22}, \ldots, x_{2s}, \ldots, x_{n1}, x_{n2}, \ldots, x_{ns})$, но и в этом случае функции $F_j(\cdot)$ продолжают оставаться неизвестными. В теории идентификации подобные задачи не рассматривались. Однако исследования непараметрических оценок рассматривались в работах М. Розенблата, Э. Парзена, Э. А. Надарая, В. Хардле, Л. Деврой, Л. Дьерфи и другие. В современных работах, например, [13; 14], также можно отметить использование непараметрического оценивания. Обычно происходит выбор параметрической структуры (3) [5; 7], но, к сожалению, преодоление этого этапа затруднено из-за недостатка априорной информации и требуется длительное время для определения параметрической структуры.

Рассмотрим задачу построения моделей многомерной системы в условиях непараметрической неопределенности, т. е. в условиях, когда система (4) не известна с точностью до параметров [15]. Таким образом, задача идентификации сводится к тому, что при заданных значениях входных переменных $u(t)$, необходимо решить систему (4) относительно выходных переменных $x(t)$. Общая схема решения такой системы сводится к следующей вычислительной процедуре. Сначала вычисляются невязки по следующей формуле:

$$\varepsilon_j^i = \varepsilon_j\left(u^{<j>}, x^{<j>}, \vec{x}_s, \vec{u}_s\right), \quad j = \overline{1, n}\,,, \tag{5}$$

где $u^{<j>}, x^{<j>}$ – составные векторы, $\vec{x}_s$, $\vec{u}_s$ – временные векторы, $\varepsilon_j^i(\cdot)$ вычисляются с использованием непараметрической оценки функции регрессии Надарая-Ватсона [16]:

$$\varepsilon_j^i = \varphi_{\varepsilon j}\left(u^{<j>}, x_j^i\right) = x_j^i - \frac{\sum_{i=1}^{s} x_j^i \prod_{k=1}^{<m>} \Phi\left(\frac{u'_k - u_k^i}{c_{su_k}}\right)}{\sum_{i=1}^{s} \prod_{k=1}^{<m>} \Phi\left(\frac{u'_k - u_k^i}{c_{su_k}}\right)}, \quad j = \overline{1, n}, \tag{6}$$

где x_j^i – значения выходных переменных из исходной выборки наблюдений, u'_k – текущее значение входа объекта (причем данное значение фиксируется на том измерении, для которого ищется прогнозируемое значение выхода), u_k^i – значения входных переменных из исходной выборки наблюдений, $< m >$ – размерность составного вектора $\bar{u}_k$, $< m > \leq m$.

Колоколообразные функции $\Phi(\cdot)$ и параметр размытости c_{su_k} удовлетворяют следующим условиям сходимости [16]:

$$\Phi(\cdot)<\infty; \tag{7}$$

$$\int_{\Omega(u)} \Phi\left(c_{su_k}^{-1}\left(u_k' - u_k^i\right)\right) du_k = 1; \tag{8}$$

$$\lim_{s\to\infty} c_{su_k}^{-1}\Phi\left(c_{su_k}^{-1}\left(u_k' - u_k^i\right)\right) = \delta\left(u_k' - u_k^i\right); \tag{9}$$

$$\lim_{s\to\infty} c_{su_k} = 0; \tag{10}$$

$$\lim_{s\to\infty} s c_{su_k}^n = \infty. \tag{11}$$

Следующий шаг состоит в оценивании условного математического ожидания:

$$x_j = M\left\{x_j \mid u^{<j>}, \varepsilon_j = 0\right\},\ j = \overline{1,n}. \tag{12}$$

Здесь следует отметить, что при непараметрическом оценивании не рассматриваются вопросы о распределениях случайных величин.

В конечном итоге прогнозируемые значения, обозначим их $\hat{x}_j^i$, для каждой компоненты вектора выходных переменных будут вычисляться следующим образом:

$$\hat{x}_j^i = \frac{\sum_{i=1}^{s} x_j^i \cdot \prod_{k_1=1}^{<m>} \Phi\left(\frac{u_{k_1}' - u_{k_1}^i}{c_{su_{k_1}}}\right) \prod_{k_2=1}^{<n>} \Phi\left(\frac{\varepsilon_{k_2}^i}{c_{s\varepsilon_{k_2}}}\right)}{\sum_{i=1}^{s} \prod_{k_1=1}^{<m>} \Phi\left(\frac{u_{k_1}' - u_{k_1}^i}{c_{su_{k_1}}}\right) \prod_{k_2=1}^{<n>} \Phi\left(\frac{\varepsilon_{k_2}^i}{c_{s\varepsilon_{k_2}}}\right)},\ j = \overline{1,n}\ , \tag{13}$$

где $<n>$ – размерность составного вектора $\bar{\varepsilon}_{k_2}$, $<n> \le n$. Колоколообразные $\Phi(\cdot)$ функции примем, например, в виде треугольного ядра:

$$\Phi\left(c_{su_{k_1}}^{-1}\left(u_{k_1}' - u_{k_1}^i\right)\right) = \begin{cases} 1 - c_{su_{k_1}}^{-1}\left|u_{k_1}' - u_{k_1}^i\right|, & если\ c_{su_{k_1}}^{-1}\left|u_{k_1}' - u_{k_1}^i\right| < 1, \\ 0, & если\ c_{su_{k_1}}^{-1}\left|u_{k_1}' - u_{k_1}^i\right| \ge 1. \end{cases}, \tag{14}$$

и

$$\Phi\left(c_{s\varepsilon_{k_2}}^{-1}\left(0 - \varepsilon_{k_2}^i\right)\right) = \begin{cases} 1 - c_{s\varepsilon_{k_2}}^{-1}\left|0 - \varepsilon_{k_2}^i\right|, & если\ c_{s\varepsilon_{k_2}}^{-1}\left|0 - \varepsilon_{k_2}^i\right| < 1, \\ 0, & если\ c_{s\varepsilon_{k_2}}^{-1}\left|0 - \varepsilon_{k_2}^i\right| \ge 1. \end{cases} \tag{15}$$

Можно использовать и другие виды ядер, например, параболическое или прямоугольное. Выбор вида функции $\Phi(\cdot)$ не существенно влияет на качество построения модели, наиболее важным является выбор соответствующих параметров размытости $c_{su_{k_1}}$ и $c_{s\varepsilon_{k_2}}$.

Таким образом, осуществляя процедуры (6) и (13), получаются прогнозируемые значения выходных переменных $x(t)$ при входных воздействиях на объект $u(t)$. В этом и состоит основное назначение искомой модели. В дальнейшем такие модели могут быть использованы в различных системах управления, в том числе организационных [17], например, в образовательном процессе при оценивании знаний студентов [18].

Рассмотрим задачу управления многомерным объектом в условиях непараметрической неопределенности, которая заключается в определении задающих воздействий и поиске нужных управлений, которые приведут систему к этим задающим воздействиям.

При этом приведем следующую схему управления, в которой рассмотрим систему взаимосвязанных задающих воздействий (рис. 2).

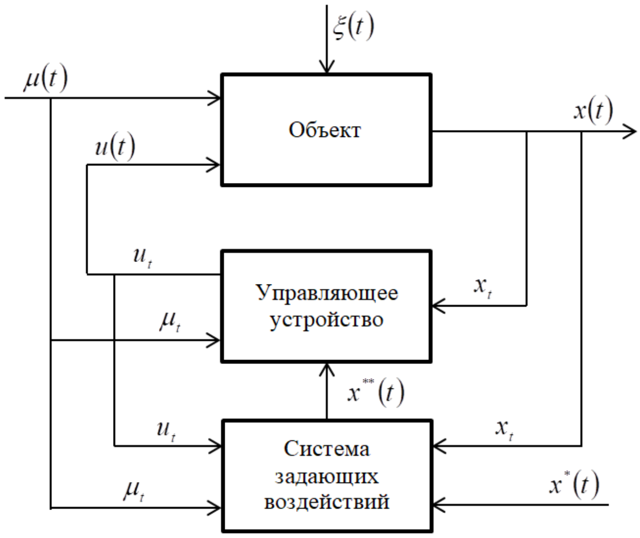

Рис. 2. Схема управления
Fig. 2. Control scheme

На рис. 2 приведены следующие обозначения: $u(t)=(u_1(t),u_2(t),...,u_m(t))\in\Omega_k(u_k)\subset R^m$ – входные управляемые переменные процесса; $\mu(t)=(\mu_1(t),\mu_2(t),...,\mu_p(t))\in\Omega_v(\mu_v)\subset R^p$ – входные неуправляемые, но контролируемые переменные процесса (например, технологические параметры); $x(t)=(x_1(t),x_2(t),...,x_n(t))\in\Omega_j(x_j)\subset R^n$ – выходные переменные процесса; $x^*=(x_1,...,x_n^*)\in\Omega(x^*)\subset R^n$ – исходные значения задающих воздействий; $\xi(t)$ – случайные помехи, действующие на объект; $x^{**}(t)$ – задающие воздействия, которые необходимо найти из системы уравнений:

$$F_j\left(u^{<j>}(t),\mu^{<j>}(t),x^{*<j>}(t)\right)=0,\quad j=\overline{1,n}, \tag{16}$$

где функции $F_j(\cdot)$ неизвестны, а $u^{<j>}$, $\mu^{<j>}$, $x^{*<j>}$ – составные вектора. Поясним это следующим образом, что решение находится в некоторой точке, где происходит пересечение значений входных переменных $u(t)$ и $\mu(t)$. Для выбора задающих воздействий $x^{**}(t)$ необходимо сначала определить систему задающих воздействий (16), и далее выбирать значения, обозначим их как x_j^{**}, из общего пересечения выходных переменных $x_j^{**}\in\Omega_j(x_j)$.

Характерным в этом случае является то, что формирование задающих воздействий должно быть подчинено некоторой сбалансированности. Это значит, что если $x_1\in\Omega_1(x_1)$, то все последующие выходные переменные принимают значения, зависящие от первого x_1. Таким образом, пересечение областей выходных переменных не должно равняться пустому множеству $\prod_{j=1}^{n}\Omega_j\neq\varnothing$, т. е. должно быть соблюдено $\prod_{j=1}^{n}\Omega_j\neq\varnothing$. Из соотношения $\prod_{j=1}^{n}\Omega_j\neq\varnothing$ видно, что в случае пустого множества этот баланс будет нарушен. В этой связи возникает задача сбалансированности заданных значений выходных переменных, которая не встречалась ранее в одномерных системах. Задача сбалансированности заключается в том, что управляющее устройство должно достигнуть задающие воздействия, которые были ранее определены из (16).

Таким образом, задающие воздействия $x^{**}(t)$ не должны выбираться произвольно. Поэтому для выбора задающих воздействий $x^{**}(t)$ необходимо применить непараметрическую последовательность алгоритмов, которая позволит найти эти значения. Изложим процедуру управления, начиная с конкретного момента времени t.

Пусть имеется исходная первоначальная выборка $\left(u^i,\mu^i,x^i,i=\overline{1,s}\right)$. В конкретный момент времени t на вход поступают неуправляемые, но контролируемые переменные μ_t, причем управляющие воздействия u_t и выходные переменные x_t еще неизвестны. Далее из первоначальной выборки выбираются только те строки, в которых значения μ_i наиболее близки к вновь поступившим значениям μ_t. Из выбранных строк формируем новую выборку. Задающие воздействия $x^{**}(t)$ находятся из новой выборки $x_j^{**}\in A\left(x_j\right)\subset\Omega_j$, а именно из решения системы (16). Решение системы (16) сводится к следующей последовательности непараметрических алгоритмов, изложенной ниже.

В качестве задающего воздействия x_1^{**} берем произвольные значения из области $\Omega_1\left(x_1\right)$. Задающие воздействия x_2^{**} определяем с учетом выбранных x_1^{**} из следующего выражения:

$$x_2^{**i}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{s_1}x_2^i\Phi\left(\frac{x_1^{**}-x_1^i}{c_{x_1}}\right)\prod\limits_{k=1}^{<m>}\Phi\left(\frac{u_k-u_k^i}{c_{u_k}}\right)\prod\limits_{\nu=1}^{<p>}\left(\frac{\mu_\nu-\mu_\nu^i}{c_{s\mu}}\right)}{\sum\limits_{i=1}^{s_1}\Phi\left(\frac{x_1^{**}-x_1^i}{c_{x_1}}\right)\prod\limits_{k=1}^{<m>}\Phi\left(\frac{u_k-u_k^i}{c_{u_k}}\right)\prod\limits_{\nu=1}^{<p>}\left(\frac{\mu_\nu-\mu_\nu^i}{c_{s\mu}}\right)},\tag{17}$$

где $s_1\subseteq\Omega_1\left(x_1\right)$, т. е. суммирование проводится не по всей первоначальной выборке, а только по тем значениям, которые были наиболее близки к вновь поступившим значениям μ_t; скобки «< >» в выражении (17) также обозначают составной вектор, т. е. используются только те компоненты входных и выходных переменных, которые влияют на вторую выходную переменную $x_2(t)$, если такой информации нет, то используются все входные и выходные переменные.

В общем виде алгоритм принимает следующий вид:

$$x_j^{**s}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{s_{j-1}}x_j^i\prod\limits_{j=1}^{j-1}\left(\frac{x_j^{**}-x_j^i}{c_{x_j}}\right)\prod\limits_{k=1}^{<m>}\Phi\left(\frac{u_k-u_k^i}{c_{u_k}}\right)\prod\limits_{\nu=1}^{<p>}\left(\frac{\mu_\nu-\mu_\nu^i}{c_{s\mu}}\right)}{\sum\limits_{i=1}^{s_{j-1}}\prod\limits_{j=1}^{j-1}\left(\frac{x_j^{**}-x_j^i}{c_{x_j}}\right)\prod\limits_{k=1}^{<m>}\Phi\left(\frac{u_k-u_k^i}{c_{u_k}}\right)\prod\limits_{\nu=1}^{<p>}\left(\frac{\mu_\nu-\mu_\nu^i}{c_{s\mu}}\right)}.\tag{18}$$

Управление многомерным процессом рассматривается в условиях неполной информации об объекте исследования, т. е. в условиях, когда модель процесса с точностью до вектора параметров отсутствует полностью. В этом случае применение известных методов не представляется возможным, из-за отсутствия достаточной априорной информации [19] и поэтому следует использовать другие подходы для решения данной задачи [1; 20].

Поэтому для многомерной системы естественно использовать следующую цепочку, для нахождения управляющих воздействий на исследуемую систему. Входную переменную $u_1(t)$ берем произвольно из области $\Omega_1\left(u_1\right)$. Входная переменная $u_2\left(t\right)$ определяется в соответствии со следующим алгоритмом:

$$u_2=\frac{\sum\limits_{i=1}^{s}u_i^2\Phi\left(\frac{u_1-u_1^i}{c_{u_1}}\right)\prod\limits_{j=1}^{n}\Phi\left(\frac{x_j^{**}-x_j^i}{c_{x_j}}\right)\prod\limits_{\nu=1}^{p}\Phi\left(\frac{\mu_\nu-\mu_\nu^i}{c_{\mu_\nu}}\right)}{\sum\limits_{i=1}^{s}\Phi\left(\frac{u_1-u_1^i}{c_{u_1}}\right)\prod\limits_{j=1}^{n}\Phi\left(\frac{x_j^{**}-x_j^i}{c_{x_j}}\right)\prod\limits_{\nu=1}^{p}\Phi\left(\frac{\mu_\nu-\mu_\nu^i}{c_{\mu_\nu}}\right)},\tag{19}$$

где $\left(u^i,\mu^i,x^i,i=\overline{1,s}\right)$ – обучающая выборка, μ_ν – поступившие входные неуправляемые, но контролируемые переменные.

Для входной переменной $u_3(t)$ алгоритм управления будет выглядеть следующим образом:

$$u_3 = \frac{\sum_{i=1}^{s} u_i^3 \Phi\left(\frac{u_1 - u_1^i}{c_{u_1}}\right) \Phi\left(\frac{u_2 - u_2^i}{c_{u_2}}\right) \prod_{j=1}^{n} \Phi\left(\frac{x_j^{**} - x_j^i}{c_{x_j}}\right) \prod_{\nu=1}^{p} \Phi\left(\frac{\mu_\nu - \mu_\nu^i}{c_{\mu_\nu}}\right)}{\sum_{i=1}^{s} \Phi\left(\frac{u_1 - u_1^i}{c_{u_1}}\right) \Phi\left(\frac{u_2 - u_2^i}{c_{u_2}}\right) \prod_{j=1}^{n} \Phi\left(\frac{x_j^{**} - x_j^i}{c_{x_j}}\right) \prod_{\nu=1}^{p} \Phi\left(\frac{\mu_\nu - \mu_\nu^i}{c_{\mu_\nu}}\right)}, \quad (20)$$

И так далее для каждой компоненты входа $u(t)$ многомерного объекта. В общем виде для многомерной системы алгоритм управления будет выглядеть следующим образом:

$$u_s^k = \frac{\sum_{i=1}^{s} u_i^k \prod_{k=1}^{k-1} \Phi\left(\frac{u_k - u_k^i}{c_{u_k}}\right) \prod_{j=1}^{n} \Phi\left(\frac{x_j^{**} - x_j^i}{c_{x_j}}\right) \prod_{\nu=1}^{p} \Phi\left(\frac{\mu_\nu - \mu_\nu^i}{c_{\mu_\nu}}\right)}{\sum_{i=1}^{s} \prod_{k=1}^{k-1} \Phi\left(\frac{u_k - u_k^i}{c_{u_k}}\right) \prod_{j=1}^{n} \Phi\left(\frac{x_j^{**} - x_j^i}{c_{x_j}}\right) \prod_{\nu=1}^{p} \Phi\left(\frac{\mu_\nu - \mu_\nu^i}{c_{\mu_\nu}}\right)}, \quad k = \overline{1, m} \quad (21)$$

Следует обратить внимание на то, что на практике довольно часто число компонент вектора входов $\bar{u}$ больше числа компонент вектора выходов $\bar{x}$. Если размерность вектора $\bar{u}$ превышает размерность вектора $\bar{x}$, т. е. $m > n$, то в число компонент вектора $\bar{\mu}$ включают компоненты вектора $\bar{u}$, с тем, чтобы размерность вектора $\bar{u}$ и $\bar{x}$ сделать одинаковой. На практике такую замену может выполнять технолог, знающий производственный процесс, т.е. достаточно полно владеющий априорной информацией о последнем.

Настраиваемыми параметрами будут параметры размытости c_{u_k}, c_{x_j} и c_{μ_ν}, для них будем использовать следующие формулы:

$$c_{u_k} = \alpha\left|u_k - u_k^i\right| + \eta, \quad (22)$$

$$c_{x_j} = \beta\left|x_j^{**} - x_j^i\right| + \eta, \quad (23)$$

$$c_{\mu_\nu} = \gamma\left|\mu_\nu - \mu_\nu^i\right| + \eta, \quad (24)$$

где α, β и γ некоторые параметры большие 1, $\alpha > 1$, $\beta > 1$, $\gamma > 1$, а $0 < \eta < 1$. Следует заметить, что выбор c_{u_k}, c_{x_j} и c_{μ_ν} осуществляется на каждом такте управления. При этом если сначала определен c_{u_k}, то определение c_{x_j} и c_{μ_ν} осуществляется с учетом этого факта. Однако может быть и наоборот, например, сначала определяется c_{x_j} или c_{μ_ν}, а потом остальные. Изложим процедуру вычисления ниже.

Найдем значение параметра размытости c_{μ_ν} по формуле (24), где $\left|\mu_\nu - \mu_\nu^i\right|$ самое наименьшее значение, т. е. μ_ν^i – наиболее близкое значение из выборки $\left\{\mu_i,\ i = \overline{1, s}\right\}$ к значению μ_ν. Проверим выполнение условия для всей первоначальной выборки:

$$\frac{\left|\mu_\nu - \mu_\nu^i\right|}{c_{\mu_\nu}} \le 1, \quad i = \overline{1, s}. \quad (25)$$

Значения выборки, для которых выполняется условие (25), используются далее. На втором шаге находим значение параметра размытости c_{x_j} по формуле (23), где x_j^i – наиболее близкое значение из выборки $\left\{x_i,\ i = \overline{1, s'}\right\}$ к значению x_j^{**}, и $\left\{x_j^i,\ i = \overline{1, s'}, s' < s\right\}$ точки выборки, для которых должно выполняться условие (25). Далее проверяем выполнение условия:

$$\frac{\left|x_j^{**} - x_j^i\right|}{c_{x_j}} \le 1, \;\; i = \overline{1, s'}. \tag{26}$$

И на третьем шаге находится значение параметра размытости c_{u_k}, согласно формуле (22), где u_k^i – наиболее близкое значение из выборки $\left\{u_i, \;\; i = \overline{1, s''}\right\}$ к значению u_k, и $\left\{u_i, \;\; i = \overline{1, s''}, s'' < s'\right\}$ точки выборки, для которых должны выполняться условия (25) и (26). Далее проверяем выполнение условия:

$$\frac{\left|u_k - u_k^i\right|}{c_{u_k}} \le 1, \;\; i = \overline{1, s''}. \tag{27}$$

Далее приступаем к выполнению вычислительной процедуры для поиска управляющих воздействий многомерной системы.

В рассмотренном алгоритме задающие воздействия u_k находятся последовательно для каждой компоненты вектора входа, причем каждая последующая компонента u_k, $k = \overline{1, m}$ зависит от найденного предыдущего значения u_k, $k = \overline{1, m-1}$, а также зависит от некоторых компонент выходных переменных x_j, $j = \overline{1, n}$ и входных неуправляемых воздействий μ_ν, $\nu = \overline{1, p}$, на которые влияет та или иная компонента входных переменных u_k, $k = \overline{1, m}$.

Таким образом, предложенный многошаговый непараметрический алгоритм позволяет находить управляющие воздействия для многомерного безынерционного процесса со стохастической зависимостью выходных переменных в условиях недостатка априорной информации.

Результаты и их обсуждение

Рассмотрим многомерный объект, который содержит пять входных переменных $u(t) = (u_1(t), u_2(t), u_3(t), u_4(t), u_5(t)) \in [0;\ 3]$ и три выходные переменные $x(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t))$, где $x_1 \in [2, 3, 5, 6]$, $x_2 \in [-3{,}4;\ 12{,}5]$ и $x_3 \in [0;\ 24{,}6]$. Для данного объекта была сформирована выборка входных и выходных переменных и найдены прогнозируемые значения выходных переменных при известных входных с помощью вычислительных процедур (6) и (13). Для вычисления использовался объем выборки s = 2000, параметры размытости $c_{su_{k_1}} = 0{,}3$;, $c_{s\varepsilon_{k_2}} = 0{,}4$ равномерная помеха, действующая на компоненты вектора выходных переменных, составляла 7 %.

Точность моделирования оценивалась по следующей формуле:

$$\delta_j = \frac{\sum_{i=1}^{s} \left|x_j^i - \hat{x}_j^i\right|}{\sum_{i=1}^{s} \left|x_j^i - \widehat{x}_j\right|}, \;\; j = \overline{1, n}, \tag{28}$$

где x_j^i – наблюдения на объекте, $\hat{x}_j^i$ – найденные прогнозируемые значения выхода объекта, $\widehat{x}_j$ – среднее значение по каждой компоненте вектора $\bar{x}$.

Описание объекта с точностью до параметров было принято только для проведения компьютерного исследования, и оставалось неизвестным для изложенной выше теории.

Приведем фрагмент получаемых прогнозируемых значений для выходной переменной $x_3(t)$.

На рис. 3 по оси абсцисс представлены элементы выборки наблюдений, по оси ординат значения выхода объекта и модели. На рисунке изображены 20 точек выборки, т. е. каждая 100-я точка выборки объемом s = 2000. Как видно из представленного графика прогнозируемые значения выходной переменной многомерного объекта достаточно хорошо приближаются к значениям выхода объекта. Причем ошибка моделирования не превышает 6 %, что является весьма хорошим результатом с точки зрения многих задач практики.

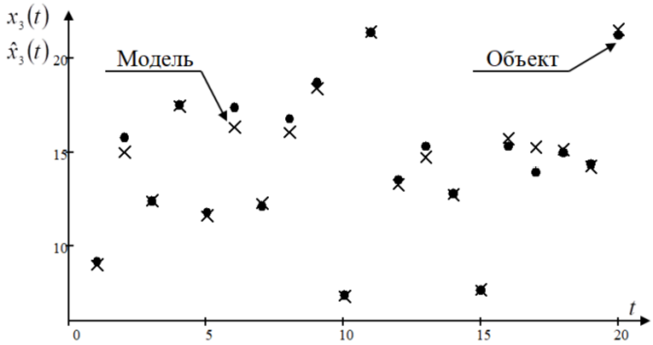

Рис. 3. Прогнозируемые значения выходной переменой $x_3(t)$, $\delta_1 = 0{,}053$
Fig. 3. Predicted values of the output variable $x_3(t)$, $\delta_1 = 0{,}053$

Обратим еще раз внимание на то, что исследователю неизвестен вид системы уравнений, описывающий управляемый объект [21]. В качестве информации о последнем используются измерения входных и выходных переменных $\left(u^i, \mu^i, x^i, i = \overline{1,s}\right)$.

Далее приводится результат вычислительного эксперимента для данного объекта при использовании алгоритма управления (21). В данном эксперименте число компонент вектора $\overline{u}$ больше числа компонент вектора $\overline{x}$. В этом случае сделаем замену: $u_4(t) \to \mu_1(t)$, а $u_5(t) \to \mu_2(t)$, а , чтобы размерность вектора $\overline{u}$ и $\overline{x}$ сделать одинаковой. Так как входные переменные принимали случайные значения в интервале $u(t) \in [0,\ 3]$, то $\mu_1(t)$ и $\mu_2(t)$ также принимают случайные значения в заданном интервале. Найденные задающие воздействия $x_3^{**}(t)$ из формулы (18) представим в виде ступенчатой функции (рис. 4).

На рис. 4 по оси абсцисс представлены такты управления t, а по оси ординат найденные значения задающего воздействия $x_3^{**}(t)$ и выхода объекта $x_3(t)$. Как видно из рис. 4 при управлении многомерным объектом выход объекта $x_3(t)$ достаточно близок к задающему воздействию $x_3^{**}(t)$.

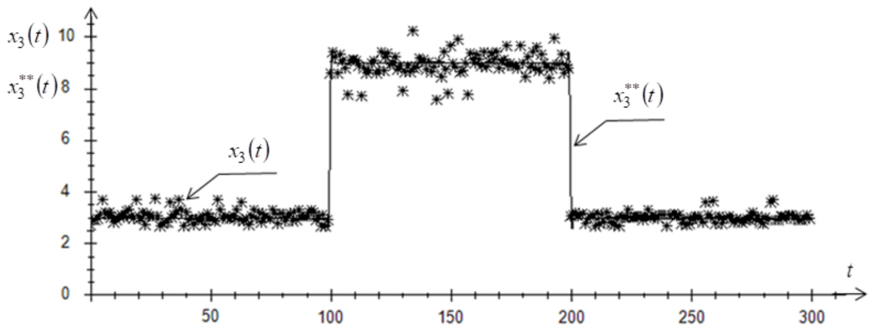

Рис. 4. Управление при задающем воздействии $x_3^{**}(t)$ в виде ступенчатой функции
Fig. 4. Control with a driving influence $x_3^{**}(t)$ in the form of a step function

Заключение

В настоящей работе делается акцент на многомерные системы. В этом случае существенную роль играет априорная информация об исследуемом объекте, которая и предопределит важность тех или иных выходных переменных. Рассматриваются задачи идентификации и управления многомерными безынерционными объектами в условиях неполной информации об объекте исследования. Здесь возникает ряд особенностей, которые состоят в том, что задачи рассматриваются в условиях непараметрической неопределенности и, как следствие, не могут быть представлены с точностью до набора параметров [22]. Изложенная выше теория отличается тем, что и при идентификации, и при управлении вводятся соответствующие последовательности непараметрических вычислительных процедур.

В случае если число переменных на выходе объекта меньше количества входных переменных, то не трудно определить число входных переменных равных числу выходных, а остальные принять как неуправляемые переменные, но контролируемые. Таким образом, отсюда следует специальная задача, связанная со сбалансированностью задающих воздействий. А это в свою очередь и приводит к тому, что задающие воздействия нужно выбирать некоторым специальным образом.

Рассмотренные фрагменты численных исследований показали достаточно приемлемые результаты предлагаемых последовательностей алгоритмов идентификации и управления многомерными объектами.

Список литературы

1. **Медведев А. В.** Основы теории непараметрических систем. Красноярск: Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т, 2018. 727 с.
2. **Агафонов Е. Д., Медведев А. В., Орловская Н. Ф., Синюта В. Р., Ярещенко Д. И.** Прогнозная модель процесса каталитической гидродепарафинизации в условиях недостатка априорных сведений // Изд-во ТулГУ. 2018. № 9. С. 456–468.
3. **Medvedev A. V., Mihov E. D., Nepomnyashchiy O. V.** Mathematical modeling of H-processes // Журнал Сибирского федерального университета. Сер. Математика и физика. 2016. Т. 9 (№ 3). С. 338–346. DOI 10.17516/1997-1397-2016-9-3-338-346.
4. **Цыпкин Я. З.** Информационная теория идентификации. М: Наука. Физматлит, 1995. 336 с.
5. Методы классической и современной теории автоматического управления. В 5 т. Т. 2: Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления / под. ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 640 с.
6. **Цыпкин Я. З.** Основы информационной теории идентификации. М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. 320 с.
7. Идентификация и оценка параметров систем. В 3 ч. Ч. 1 / под. ред. Н. С. Райбмана. Тбилиси: Изд-во «Мецниереба», 1976. 516 с.
8. **Медведев А. В.** Теория непараметрических систем. Общий подход // Вестн. Сиб. гос. аэрокосмич. ун-та им. акад. М. Ф. Решетнева. 2008. Т.2, № 3. С. 65–69.
9. **Медведев А. В.** Теория непараметрических систем. Моделирование // Вестн. Сиб. гос. аэрокосмич. ун-та им. акад. М. Ф. Решетнева. 2010. Вып. 4 (30). С. 4–9.
10. **Denisov M. A., Tereshina A. V., Yareshchenko D. I.** Adaptive models for discretecontinuous process // Applied Methods of Statistical Analysis. Statistical Computation and Simulation – AMSA'2019 (Novosibirsk, 18-20 September, 2019). Novosibirsk, 2019. pp. 299–305.
11. **Цыпкин Я. З.** Адаптация и обучение в автоматических системах. М.: Изд-во «Наука», 1968. 400 с.
12. **Фельдбаум А. А.** Основы теории оптимальных автоматических систем. М.: Изд. Физматгиз, 1963. 553 с.
13. **Первушин В. Ф.** О непараметрической идентификации линейных динамических объектов // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2013. № 4 (25). С. 95–104.
14. **Мамышев Р. Э.** Непараметрическая идентификация с использованием переходных характеристик // Международный студенческий научный вестник. 2021. № 6. 8 с.

15. **Кошкин Г. М., Пивен И. Г.** Непараметрическая идентификация стохастических объектов. Хабаровск: РАН Дальневосточное отделение, 2009. 336 с.
16. **Надарая Э. А.** Непараметрическое оценивание плотности вероятностей и кривой регрессии. Тбилиси: Изд-во Тбилисского ун-та, 1983. 194 с.
17. **Медведев А. В.** Теория непараметрических систем. Активные процессы – I // Вестник СибГАУ. 2011. Вып. 4 (37). С. 52–58.
18. **Ярещенко Д. И.** Некоторые замечания об оценке знаний студентов университетов // Открытое образование. 2017. Вып. 4. С. 66 – 72.
19. **Эйкхофф П.** Основы идентификации систем управления / перевод с англ. В. А. Лотоцкого, А.С. Манделя. М. : Изд-во «Мир», 1975. 680 с.
20. **Медведев А. В.** О теории непараметрических систем управления // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычисл. техника и информатика. 2013. № 1 (22). С. 6–19.
21. **Терешина А. В., Ярещенко Д. И.** О непараметрическом моделировании безынерционных систем с запаздыванием // Сибирский журнал науки и технологий. 2018. Т. 19. № 3. С. 452–461.
22. **Ликсонова Д. И., Раскина А. В.** Непараметрические алгоритмы идентификации и управления для Т-процессов // Сибирский аэрокосмический журнал. 2021. Т. 22, № 4. С. 600–612. DOI 10.31772/2712-8970-2021-22-4-600-612.

References

1. **Medvedev A. V.** Fundamentals of the theory of nonparametric systems. Krasnoyarsk, SibGU im. M.F. Reshetneva Publ., 2018, 732 p.
2. **Agafonov E. D., Medvedev A. V., Orlovskaya N. F., Sinyuta V. R., Yareshchenko D. I.** Predictive model of the catalytic hydrodewaxing process under conditions of a lack of a priori information. *Izd-vo TulGU*, 2018, no. 9, p. 456–468 (In Russ.)
3. **Medvedev A. V., Mihov E. D., Nepomnyashchiy O. V.** Mathematical modeling of H-processes. Zhurnal Sibirskogo federal'nogo universiteta. Series: Matematika i fizika, 2016, vol. 9, no. 3, p. 338–346 (in Russ.). DOI 10.17516/1997-1397-2016-9-3-338-346.
4. **Tsypkin Ya. Z.** Information theory of identification. Moscow, Nauka Publ., 1995, 336 p.
5. **Pupkov K. A., Egupov N. D.** Methods of classical and modern theory of automatic control: in 5 volumes. Vol. 2: Statistical dynamics and identification of automatic control systems. Moscow, MGTU im. N.E. Baumana Publ., 2004. 640 p.
6. **Tsypkin Ya. Z.** Fundamentals of Information Theory of Identification. Moscow, Nauka Publ., 1984, 320 p.
7. **Raybman N. S.** Identification and evaluation of system parameters. In 3 parts. Part 1. Tbilisi, Metsniereba Publ., 1976, 516 p.
8. **Medvedev A. V.** Theory of nonparametric systems. General Approach. Vestnik Sib. gos. aerokosmich. un-ta im. akad. M.F. Reshetneva, 2008, vol. 2, no. 3, p. 65–69 (in Russ.).
9. **Medvedev A. V.** Theory of nonparametric systems. Modeling. Vestnik Sib. gos. aerokosmich. un-ta im. akad. M.F. Reshetneva, 2010, vol. 4, no. 30, p. 4–9 (in Russ.)
10. **Denisov M. A., Tereshina A. V., Yareshchenko D. I.** Adaptive models for discretecontinuous process. Applied Methods of Statistical Analysis. Statistical Computation and Simulation. Novosibirsk, 2019. p. 299–305 (in Russ.)
11. **Tsypkin Ya. Z.** Adaptation and learning in automatic systems. Moscow, Nauka Publ., 1968, 400 p.
12. **Fel'dbaum A. A.** Fundamentals of the theory of optimal automatic systems. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1963, 553 p.

13. **Pervushin V. F.** On Nonparametric Identification of Linear Dynamic Objects. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta, 2013, vol. 4, no. 25, p. 95–104 (in Russ)
14. **Mamyshev R. E.** Non-parametric identification using transient responses. Mezhdunarodnyy studencheskiy nauchnyy vestnik, 2021, no. 6. 8 p.
15. **Koshkin G.M., Piven I.G.** Nonparametric identification of stochastic objects. Khabarovsk, RAN Dal'nevostochnoe otdelenie Publ., 2009, 336 p.
16. **Nadaraya E. A.** Nonparametric Estimation of Probability Density and Regression Curve. Tbilisi, Izd-vo Tbilisskogo un-ta, 1983, 194 p.
17. **Medvedev A. V.** Theory of nonparametric systems. Active processes – I. Vestnik Sib. gos. aerokosmich. un-ta im. akad. M.F. Reshetneva, 2011, vol. 4, no. 37, p. 52–58 (in Russ.)
18. **Yareshchenko D. I.** Some remarks about the assessment of knowledge of university students. Otkrytoe obrazovanie, 2017, vol. 4, p. 66–72 (in Russ.)
19. **Eykkhoff P.** Fundamentals of Identification of Control Systems. Moscow, Izd-vo «Mir», 1975, 680 p.
20. **Medvedev A. V.** On the theory of nonparametric control systems. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychisl. tekhnika i informatika, 2013, no. 1, p. 6–19 (in Russ.)
21. **Tereshina A. V., Yareshchenko D. I.** On Nonparametric Modeling of Inertialess Systems with Delay. Sibirskiy zhurnal nauki i tekhnologiy, 2018, vol. 19, no. 3, p. 452–461 (in Russ.)
22. **Liksonova D. I., Raskina A. V.** Nonparametric identification and control algorithms for T-processes. Sibirskiy aerokosmicheskiy zhurnal, 2021, vol. 22, no. 4, p. 600–612 (in Russ.). DOI 10.31772/2712-8970-2021-22-4-600-612.

Сведения об авторах

Ликсонова Дарья Игоревна, кандидат технических наук, доцент базовой кафедры интеллектуальных систем управления Института космических и информационных технологий Сибирского федерального университета (Красноярск, Россия)

Медведев Александр Васильевич, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры информационных систем Института космических и информационных технологий Сибирского федерального университета (Красноярск, Россия)

Information about the Authors

Darya I. Liksonova, Candidate of Technical Sciences, Docent of the Basic Department of Intelligent Control Systems, Institute of Space and Information Technologies, Siberian Federal University (Krasnoyarsk, Russian Federation)

Alexander V. Medvedev, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Information Systems, Institute of Space and Information Technologies, Siberian Federal University (Krasnoyarsk, Russian Federation)

Статья поступила в редакцию 17.01.2022;
одобрена после рецензирования 16.06.2022; принята к публикации 16.06.2022
The article was submitted 17.01.2022;
approved after reviewing 16.06.2022; accepted for publication 16.06.2022